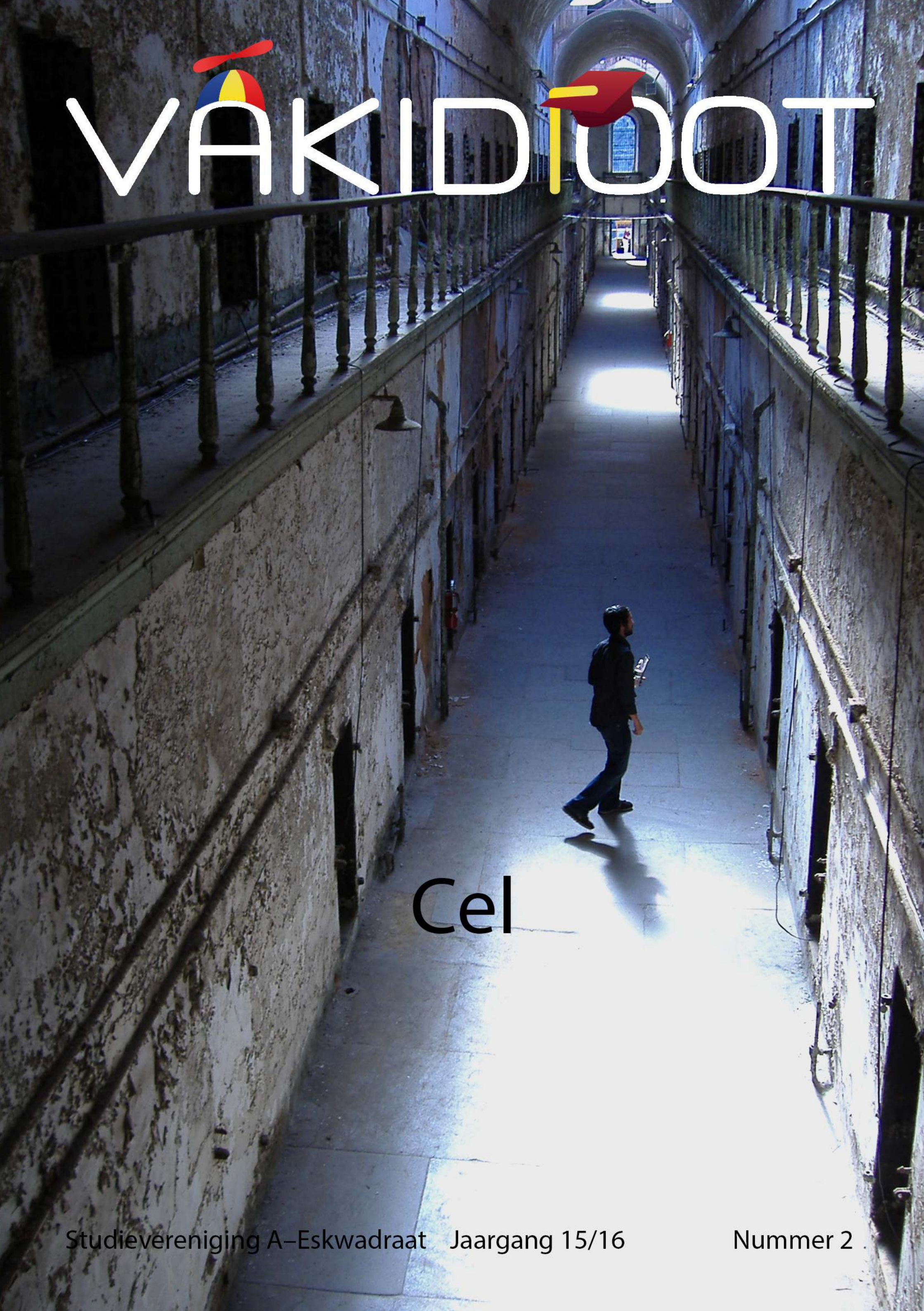
VAKIDIOOT



Cel

Studievereniging A–Eskwadraat Jaargang 15/16 Nummer 2

In dit nummer

Uitgave 2 november 2015
Oplage 2040
Deadline 29 november 2015

De Vakidioot is een uitgave van
Studievereniging A–Eskwadraat
Princetonplein 5
3584 CC Utrecht

Telefoon (030) 253 4499
Fax (030) 253 5787
Website a-eskwadraat.nl/vakid
E-mail vakid@a-eskwadraat.nl

Redactie
Angelo Mekenkamp
Berend Ringeling
Bryan Brouwer
Chun Fei Lung
Esther Visser
Jim Vollebregt
Koen van Baarsen
Lars van den Berg
Marc Houben
Marcel Scholten
Tim Baanen

Eindredactie
Babette de Wolff

Redactioneel

Wat valt er te zeggen over 'de cel'? Heel veel, zoals deze Vakidioot getuigt. Zoals vaak bij een thema met een hoge mate van abstractie, vloeien er vele concrete invullingen uit voort. Als je verder leest, leer je programmeren in de cellen van Excel, en wat dit met Turingvolledigheid te maken heeft. De naam Celsius kwam bij ons op, en het verbaasde ons dat hoe vaak we zijn naam ook gebruiken, we nauwelijks wat van hem wisten – tijd om daar wat aan te doen. Je leest over de fascinerende vooruitgang die de biologie heeft geboekt in het begrijpen van stamcellen, en in het toepassen van dat begrip in de geneeskunde en de voedselindustrie.

Deze Vakidioot gaat gelukkig minder over de deprimerende soort cel, namelijk die waarin mensen worden opgesloten, hoewel dit steeds het eerste is waar ik aan denk bij het thema – en niet alleen ik, blijkens de foto op de voorkant. Gevangenissen zijn echter wel het onderwerp van enkele welbekende puzzels, raadsels en paradoxen uit de wiskunde en filosofie. Deze Vakidioot vertelt over één daarvan: het Prisoner's Dilemma uit de Speltheorie.

Lars van den Berg
Hoofdredacteur

Van de Voorzitter

Harm Backx

Dag lieve leden en andersoortige lezers, het is weer tijd om in een minuut te lezen waar iemand een half uur op heeft lopen zwoegen!

Zo. Nu jullie direct al medelijden met mij hebben, kan ik beginnen aan mijn verhaal. Als je een bestuursjaar gaat doen of aan het doen bent, ga je meer dan één keer, meer dan twee keer en ook makkelijk meer dan twintig keer de vraag krijgen waarom je het bent gaan doen. Gelukkig is dat niet echt een moeilijke vraag, want als het goed is, heb je dat wel op een rijtje voordat je een jaar van je leven eraan gaat besteden. Toch geef je niet altijd hetzelfde antwoord, want je hebt waarschijnlijk meerdere redenen gehad.

Voor mij was één van die redenen dat ik een master moest gaan kiezen en er zich een ‘probleem’ voordeed dat ik ook al had bij het kiezen van een bachelor: ik vind veel te veel dingen leuk. Mijn bachelor natuur- en wiskunde is al een direct gevolg van mijn onvermogen om te kiezen tussen de twee. Toch zijn in het proces alsnog een hoop andere kandidaten gesneuveld als hersencellen bij een drankorgel. Hetzelfde probleem doet zich nu weer voor en het is heel makkelijk om te zeggen “nou, die theoretische vakken, daar heb ik er nu al wel veel van gedaan, en dat bevalt op zich wel, dus ik blijf dat maar doen.” Het is voor mij namelijk helemaal niet duidelijk of dit echt is waar mijn talent en interesses liggen. Daarom heb ik gekozen om even stil te staan in mijn studie, een stap naar achteren te nemen en te kijken of ik wil en kan ontsnappen uit het spoor waar ik nu in zit. Het is belangrijk je blik altijd breed te houden. Je kan namelijk zomaar tegen het moment aanlopen dat je je huidige pad niet meer ziet zitten, hoe overtuigd je er ook van was dat dat het perfecte pad is. En zie dan maar eens een alternatief te vinden...

Harm Backx
Voorzitter A–Eskwadraat

Een bestuur om nooit te vergeten

Annemarie Koop, Harm Backx

Als (oud-)lid van A–Eskwadraat ken je ze wel, die lui die ineens met ingang van een nieuw collegejaar overal te vinden zijn. Op koppenbladen, op geschilderde puzzelstukken, bij de boekverkoop en in de gezelligheidskamer. Ook op de route wc - kamer en weer terug met al dan niet met water gevulde koffiepot en waterkoker kom je ze tegen. Of in de werkkamer, daar zijn ze plotseling bijzonder vaak te vinden, ploeterend in een hoekje, concentratieloos afleidend aan het praten of gewoon lekker aan het werk, dat kan natuurlijk ook. Verder infiltreren ze ineens alle commissies en mogen ze handtekeningen zetten. Dat dit groepje van 6 man ineens de titel Bestuur draagt en niet weg te slaan is bij A–Eskwadraat, betekent niet per se dat je nou precies weet wie de personen achter het vleselijk omhulsel zijn. Bij dezen een korte kennismaking.

De kleinste van het stel, de jongste, de meest gelukkige in de liefde, de Voorzitter, dat is Harm. De brede lach van deze knul kun je 's ochtends tevoorschijn toveren door een flinke bak dampende Brinta voor hem neer te zetten. Met sadistische grapjes is het ook altijd lachen met Harm. Wat je misschien niet van hem zou verwachten, is dat hij in de weekenden helemaal los gaat op zijn drumstel. Met zonnebril en pak is Harm dan een diva op het podium. In Friesland.

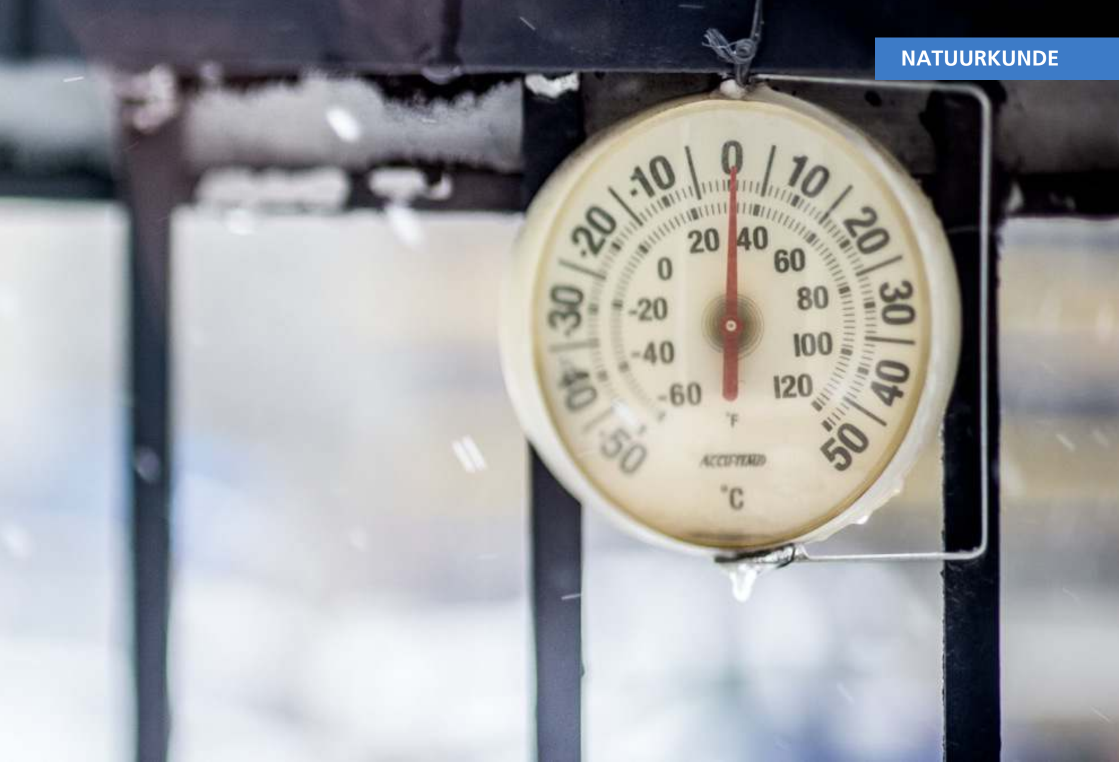
De langste van het stel, degene waarmee je de beste goede gesprekken kan voeren, de Secretaris, dat is Joris. Deze man maak je blij met feesten en borrels. Je verwacht het misschien niet, maar de MiBoKa, het K-Sjot, de Poema en de Uitgaansgelegenheid in het algemeen vormen de natuurlijke habitat voor Joris. Als trouwe hond is hij wel de ochtend erna weer bij A–Eskwadraat te vinden, wat naast zijn echte hechte huis en de algemene Uitgaansgelegenheid, toch wel zijn derde huisje is.

De altijd goedgeluimde, de verhalenverteller, de grappenmaker, de Penningmeester, dat is Angelo. Deze goedlachse jongeman zul je vast een keer spreken, gezien het feit dat zijn favoriete bezigheid praatjes maken is. Vanaf het begin der studietijd staat A–Eskwadraat en alle bijkomende gezelligheid al op nummer één bij Angelo. De fantasie van deze jongen kent geen grenzen en aan zijn verhalen komen nooit een eind. Behalve tijdens zijn penny-taken, dan viert zijn innerlijke precisie-beest een feestje.

Die andere lange, de langste vrouw van het stel, de sociale, de nimmer chagrijnige, de Commissaris Onderwijs, dat is Tinka. Als Tinka Tovenaar bewees ze al dat ze goed gebruik kan maken van haar stem: hoor je nu iemand meezingen met de radio in de (werk)kamer, dan is het vast Tinka. Zingt ze niet, dan is ze vast gezellig aan het doen met mensen. Of aan het dansen, bij een (techno-)feestje.

De knul met een krullenbol, één mondhoek omhoog, de ander al dan niet ook, de zieltjeswinner, geldjesharker en dus officieel Commissaris Extern, dat is Gerwin. Tot in de late uurtjes bikkelt hij om ook nog de Colakas gevuld te laten zijn. Je kan je wel voorstellen dat hij daarnaast niet zo gek veel hobby's meer heeft. Behalve dan dat hij toch ook nog van zwemmen houdt en Avatar al minstens twee maal helemaal heeft uitgekeken. God mag weten waar hij zijn tijd vandaan haalt. . .

Als laatste ons blonde dekenmonster, de botte tante, de koukleum die wel warm wordt van een chocofondue, een bank en thee, daar red je onze Boekencommissaris haar leven mee, dat is Annemarie. Als ze iets doet, dan doet ze dat iets goed, dus ze is de goede dame op de goede plaats. Zij houdt van praatjes maken en gezellige mensen om haar heen. Maar op z'n tijd is dat dan ook wel weer genoeg en dan trekt ze zich terug naar haar stille boekenhol of naar de diepste krochten van haar administratie. Ontsnapt ze daar dan weer helemaal uit, dan reiken haar bezigheden van stilletjes een boek lezen tot af en toe te diep in het glaasje kijken.



Anders Celsius

Bewaar dit goed: e8UA3

De astronoom die bekend werd om zijn temperatuurschaal

Bryan Brouwer

Anders Celsius werd op 27 november 1701 geboren in Uppsala (Zweden). Hij behoorde tot een geslacht van echte professoren. Zijn vader, Nils Celsius, was zelf professor in de astronomie aan de universiteit van Uppsala. Ook de beide grootvaders van Anders waren professoren aan de universiteit van Uppsala: Magnus Celsius was wiskundige en Anders Spole astronoom. Celsius zelf verging het niet heel anders. In 1730 zou hij de plaats van zijn vader innemen als professor in de astronomie. Ondanks het feit dat Anders astronoom was, is hij vandaag de dag vooral bekend vanwege zijn temperatuurschaal.

In 1736 zou Celsius deelnemen aan de Laplandexpeditie van de Fransman Pierre-Louis de Maupertuis. De aanleiding voor de expeditie was dat er in de achttiende eeuw een debat gaande was over de vorm van de aarde. Deze discussie gaat terug tot in de zeventiende eeuw toen zowel Christiaan Huygens als Isaac Newton[1] berekend hadden dat de aarde op de polen een enigszins afgeplatte vorm moest hebben. Deze berekeningen werden destijds empirisch ondersteund door metingen met slingers, die aantoonden dat de zwaartekrachtseffecten richting de evenaar kleiner waren. Echter hadden Franse astronomen in het begin van de

[1]Overigens op basis van heel verschillende gravitatietheorieën

achttiende eeuw een poging gewaagd om Frankrijk in kaart te brengen. Naar aanleiding van deze data claimde de astronoom Jacques Cassini dat de aarde niet een afgeplatte vorm had, maar juist was uitgestrekt in de richting van de polen. Deze tegenstrijdigheid leidde er uiteindelijk toe dat er twee expedities gehouden zouden worden, eentje naar Peru en eentje naar Lapland.

Men wilde meten wat de "lengte" van een graad was gemeten over een meridiaan[2]. Hiervoor werden driehoeksmetingen gebruikt om de afgelegde afstand te meten. Om de breedtegraad te bepalen werd er gebruikgemaakt van de sterren. Door deze twee metingen te combineren kon er dan bepaald worden wat de lengte was van een graad. Indien de aarde een perfecte bol was geweest, dan zou de gemeten afstand in Lapland dezelfde moeten zijn als die in Peru. In het geval dat Cassini gelijk zou hebben, zou de afstand gemeten op de evenaar groter moeten zijn dan die gemeten in Lapland en precies het omgekeerde in het geval dat er sprake zou zijn van een afgeplatte aarde.

Figuur 1 *Anders Celsius*

Door onnoemelijk veel problemen bleek de expeditie naar Peru een grote mislukking. Onder de talloze problemen waren onder meer ruzies, de koloniale bureaucratie, aardbevingen en vulkaanuitbarstingen. De Laplandexpeditie was echter een groot succes. Van alle betrokken personen in de Laplandexpeditie was Anders Celsius de meest ervaren astronoom. In de achttiende eeuw behelsde astronomie meer vakgebieden dan tegenwoordig. Zo moest een professor in astronomie ook behoorlijk wat afweten van geografie en meteorologie. Ook gedurende de expeditie werden er verschillende meteorologische onderzoeken gedaan, hierbij was de temperatuur een belangrijke factor. Tijdens de expeditie kwam Celsius er dan ook achter dat er een dringende behoefte bestond aan betere thermometers om meteorologische metingen te kunnen verbeteren. Toen hij terugkwam in Uppsala, besloot hij daarom een reeks experimenten op te zetten om thermometers te verbeteren.

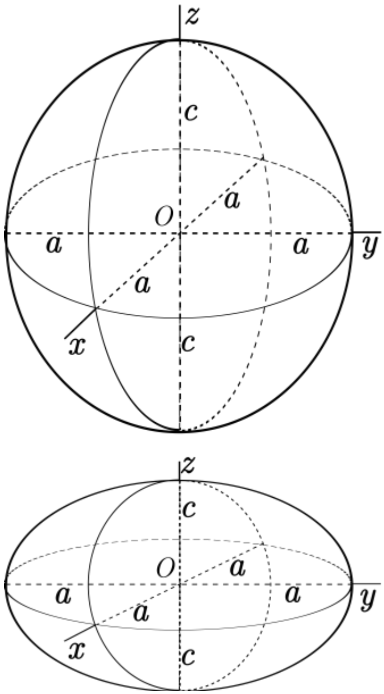
In 1741 was het dan zover: Celsius had de eerste thermometer gebouwd met zijn 100-gradenschaal erop. Deze schaal was echter anders dan de schaal die tegenwoordig gehanteerd wordt. Celsius had er namelijk voor gekozen om 0° te definiëren als het kookpunt van water, terwijl 100° overeenkwam met het vriespunt. Enige jaren na de dood van Anders Celsius in 1744[3], in 1750, hebben Martin Strömer, de opvolger van Anders Celsius aan de universiteit van Uppsala, en Daniel Ekström de schaal omgedraaid tot wat hij nu is.

In eerste instantie was de naam van Celsius niet verbonden aan de thermometer. In Zweden werd de thermometer meestal aangeduid als de Strömer- of Strömer-Ekströmthermometer.

[2]Meridianen zijn denkbeeldige lijnen die over het aardoppervlak lopen van pool tot pool. De bekendste is de nulmeridiaan die dwars door Greenwich loopt.

[3]Hij stierf aan tuberculose.

Buiten Zweden werd de thermometer simpelweg "de Zweedse thermometer" genoemd. Hier kwam verandering in nadat de Zweedse chemicus Jakob Berzelius (1779-1884) een succesvol studieboek schreef, waarin ten onrechte werd gesteld dat Celsius zelf al de 0° als vriespunt en niet als kookpunt zou hebben aangeduid. Sindsdien draagt de thermometer zijn naam. De aanduiding "100 graden Celsius" is overigens nog niet zo oud als je misschien zou denken. Pas na de Tweede Wereldoorlog, in 1948, is dit de officiële aanduiding geworden, daarvoor had men het over *centigrade*.



Figuur 2 *De z-as is de rotatie-as van de aarde. In het bovenste plaatje is de aarde volgens Cassini te zien, in het onderste plaatje de vorm van de aarde volgens Huygens en Newton. De plaatjes zijn een overdreven weergave van de werkelijkheid.*

Tegenwoordig is de temperatuurschaal niet meer gebaseerd op het kookpunt en het vriespunt van water, maar op het absolute nulpunt en het tripelpunt[4] van water. Het absolute nulpunt is gedefinieerd als 0 K en het tripelpunt van water is gedefinieerd als 273, 16 K of 0, 01° C. In de praktijk is dit echter niet voldoende. Hoe verder men van deze punten afzit, hoe groter de meetfouten zullen worden. Daarom heeft men besloten het "International Practical Temperature Scale", oftewel IPTS, op te richten. Er zijn twee varianten: IPCTS en IPKTS, waarbij de C en de K voor Celsius, respectievelijk Kelvin staan. De metingen van het IPKTS liggen precies 273, 15 hoger dan de metingen van het IPCTS. Het IPTS voegt meer vaste punten toe aan de al bestaande punten. Van verschillende materialen is geprobeerd zo exact mogelijk bepaalde faseovergangen te meten. Aan deze bepalingen worden temperaturen toegekend, zo dicht mogelijk bij de thermodynamische temperaturen als bepaald kan worden[5].

Al met al heeft Anders Celsius een grote impact gehad met zijn temperatuurschaal. De omkering van de temperatuurschaal leidde uiteindelijk tot het grote succes ervan. De meeste temperatuursmetingen vandaag de dag zijn gebaseerd op de deze schaal. Bovendien is de thermodynamische schaal, gebaseerd op de Kelvin in termen van de eenheidsgrootte (de graad), gebaseerd op de Celsiusschaal. Ook zijn bijdrage aan de Laplandexpeditie van Maupertuis is indrukwekkend te noemen. Uiteindelijk zou blijken dat Newton inderdaad gelijk had, en dat de aarde aan de polen een afgeplatte vorm heeft. Deze expeditie heeft daar een belangrijke bijdrage aan geleverd.

[4]Het tripelpunt is een is een toestand waarbij een stof voorkomt in drie fasen tegelijkertijd. Deze fasen zijn bovendien in evenwicht met elkaar.

[5]Je kunt dit vergelijken met het toekennen van 273, 15 K (oftewel 0° C) aan het smeltpunt van water onder atmosferische druk.

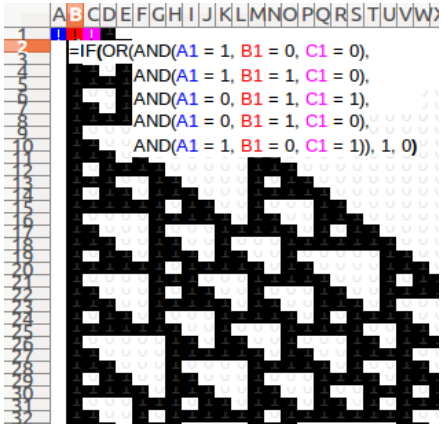
Programmeren in Excel

Tim Baanen

Niet veel mensen staan er bij stil, maar op vrijwel elke computer staat een enorm krachtig programmeergereedschap. Natuurlijk kun je een programma maken door machinecode in een bestand te stoppen, maar het is veel leuker met ons aller favoriete getalverwerker, Excel.[1] Door cellen te vullen met geschikte formules kun je alles in elkaar zetten wat je hartje begeert. (Je hebt ook macro's in Visual Basic, maar die zijn veel voor de hand liggender, dus helemaal niet leuk.)

Het eerste wat je je als informaticus afvraagt over een programmeersysteem is of het Turingvolledig is. Als dat niet zo is, zijn veel dingen onmogelijk ermee te berekenen. Heel eenvoudige systemen kunnen bijvoorbeeld niet tellen of de openings- en sluithaakjes kloppen in een tekst. Als een systeem Turingvolledig is (zoals zo'n beetje alle programmeertalen), kan het precies even veel als een gewone computer ook kan (mits je genoeg geheugen toevoegt en lang genoeg wacht).

Gelukkig is het heel makkelijk om iets te maken wat per ongeluk Turingvolledig is. Zelfs een lijstje vervangingsregels ('vervang elk woord "kat" met "sproenig brombogger-tje"') in combinatie met de juiste basistekst, of bepaalde cellulaire automaten[2] zijn het al. Een van die automaten, regel 124 (wat bijna hetzelfde is als regel 110), is heel makkelijk voor elkaar te krijgen in Excel.



Figuur 1 *Zo dus.*
(Deze screenshots zijn gemaakt met nog wat fancy formatteringsopties aangezet.)

Vul in cel `B2` de volgende berekening in: `=IF(OR(AND(A1 = 1, B1 = 0, C1 = 0), AND(A1 = 0, B1 = 1, C1 = 0), AND(A1 = 1, B1 = 1, C1 = 0), AND(A1 = 1, B1 = 0, C1 = 1), AND(A1 = 0, B1 = 1, C1 = 1)), 1, 0)`. Sleep die cel naar beneden en naar rechts om zo veel mogelijk te bedekken. Als je nu een celletje bovenin op `1` zet, zie je daaronder de hele verdere geschiedenis van deze eendimensionale wereld ontwikkelen. De truc om ook echt iets te berekenen is natuurlijk wel de goede cellen op `1` zetten.

Er kleeft ook een enorm nadeel aan Turingvolledigheid. Je kunt namelijk nooit voorspellen of een programma in je systeem ooit ophoudt, zonder oneindig lang te wachten. Dit staat bekend als het Haltingprobleem. Excel staat voor twee opties: oneindig lang doorrekenen aan een spreadsheet die nooit zal ophouden, of programma's die ooit zullen ophouden te vroeg afschieten omdat het te lang duurt. (In de praktijk komen de opties in hetzelfde systeem waarschijnlijk beide voor.)

[1] Stiekem gebruik ik hiervoor LibreOffice, wat open source vrije software is.
[2] Meer informatie over cellulaire automaten kun vinden in Marc's artikel verderop in deze Vakidioot.

Maatschappelijke relevantie

Nu we weten dat we alles kunnen doen met Excel, hoeven we alleen maar *iets* te doen. Neem bijvoorbeeld het ggd-algoritme van Euclides, dat bepaalt wat het grootste getal is waar ze allebei een veelvoud van zijn. In een gewone programmeertaal als Python kun je het zo opschrijven:

```
def euclides(a, b):
    if b == 0:
        return a
    else:
        return euclides(b, a % b)
```

We gaan dit Pythonprogramma ombouwen tot een Excelformule. Pak een schone spreadsheet erbij en zet je favoriete getallen in `A1` en `B1`. Om de code tot Excelformules om te bouwen, moeten we eerst wat namen aanpassen. Daarvoor vervangen we de modulo-operator `%` met de functie `MOD`, `if` met een `IF`-functie en `return` met een variabeletoewijzing, zodat we op de volgende code uitkomen:

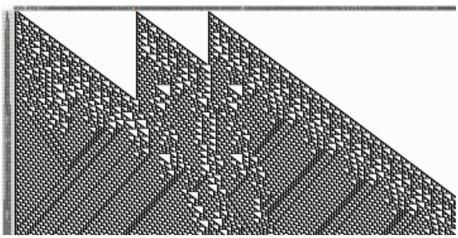
```
def C(A, B):
    C = IF(B == 0,
        A,
        C(B, MOD(A, B)))
```

Excel heeft geen concept van functies, maar wel van recursieve rijtjes. Daarom halen we de functieaanroep weg:

```
A[i+1] = B[i]
B[i+1] = MOD(A[i], B[i])
C[i] = IF(B[i] == 0,
    A[i],
    C[i+1])
```

Nu kun je in cel `A2` invullen `=B1`, in `B2` invullen `=MOD(A1, B1)` en in `C1` invullen `=IF(B1 = 0, A1, C2)`. Sleep die cellen naar beneden, en in `C1` zal de uitkomst van ggd(`A1`, `A2`) verschijnen.

Mocht je als informaticus nog eens in een kantoor worden opgesloten waar de computers alleen Office draaien, beschermen deze inzichten je hopelijk tegen de vervelingsdood. Mocht het niet genoeg helpen, dan heb je altijd nog de kans jezelf te leren Photoshoppen met alleen WordArt.



Figuur 2 *Als je verder uitzoomt, zie je het net-niet-chaotische gedrag van regel 124, vooral als er allemaal rare patronen ontstaan als twee losse onderdelen elkaar tegenkomen. Het is eigenlijk gewoon griezelig hoe het op een groot softwareproject lijkt.*

Prisoner's Dilemma

Koen van Baarsen

Het prisoner's dilemma is een typisch voorbeeld van een probleem dat geanalyseerd wordt in de speltheorie, een tak van wiskunde waarbij het nemen van beslissingen centraal staat en gekeken wordt naar "de conflicten en samenwerking tussen intelligente, rationele beslissers". De speltheorie begon met nulsomspellen, waar de winst van de een het verlies van de ander is.

Het prisoner's dilemma, is een hypothetische situaties waarin twee mensen gearresteerd zijn voor een kleine misdaad. Ze worden echter ook verdacht van een ernstigere misdaad. Er is echter niet genoeg bewijs om ze voor deze ernstigere misdaad te vervolgen, dus is een bekentenis van één van de verdachten nodig voor een veroordeling.

De gevangenen worden in andere kamers gezet, zodat ze niet met elkaar kunnen communiceren. Om een bekentenis af te dwingen, geeft de politie de gevangenen een keuze: geef toe dat je partner de ernstigere misdaad gepleegd heeft en je wordt zelf niet gestraft voor de kleine misdaad en je partner wordt 3 jaar gevangen gehouden; als je niks zegt en je partner zegt dat jij de grote misdaad begaan hebt, word je zelf voor 3 jaar gevangen gehouden. De gevangenen weten dat er geen bewijs is, en als ze elkaar beiden niet verraden ze allebei 1 jaar gevangen gehouden worden. Ze weten ook dat als ze elkaar beiden verraden, ze allebei voor 2 jaar gevangen gehouden zullen worden.

Objectief is de beste situatie dat beide gevangenen elkaar niet verraden. Dan krijgen ze beiden 1 jaar gevangenisstraf, samen in totaal 2 jaar, de kortste gecombineerde straf. Als je kijkt naar het gedachteproces van één van de gevangenen, is dit echter niet het meest waarschijnlijke resultaat. Als de gevangene denkt dat zijn partner hem zal verraden, kan de gevangene hem het beste ook verraden; 2 jaar gevangenisstraf is immers beter dan 3 jaar. Als de gevangene denkt dat zijn partner hem niet zal verraden, is het voor hem ook het beste zijn partner te verraden, dan krijgt hij namelijk geen gevangenisstraf. Beide gevangenen zullen dus waarschijnlijk elkaar verraden, en daardoor zowel de groep als zichzelf schaden.

Het prisoner's dilemma beperkt zich niet alleen tot een gevangenissetting. Het zorgt voor verduidelijking in veelvoorkomende problemen. Het is bijvoorbeeld ook van toepassing in de bedrijfskunde, politiek, of in de sportwereld.

Neem twee bedrijven die een gelijkwaardig product verkopen: bijvoorbeeld Coca-Cola en Pepsi. Ze moeten beide bepalen voor welke prijs ze hun product willen verkopen. Wanneer ze allebei eenzelfde hoge prijs voor hun producten vragen, halen ze allebei een omzet van 10 miljoen euro per maand. Wanneer één bedrijf, bijvoorbeeld Coca-Cola, zijn product een lagere prijs geeft, steelt het klanten weg van de concurrent. Coca-Cola maakt nu bijvoorbeeld 12 miljoen euro omzet per maand, en Pepsi nog maar 7 miljoen euro. Wanneer ze beide overgaan op de lage prijzen, gaan ze er echter beide op achteruit, en houden beide bedrijven maar 9 miljoen euro omzet over. In deze vergelijking is de lage prijs het bekennen bij het prisoner's dilemma, en de hoge prijs niets zeggen.

Een ander voorbeeld in het echte leven waarbij het prisoner's dilemma van toepassing is, is het voorkomen van klimaatverandering. Iedere inwoner van ieder land is gebaat bij een stabiel klimaat. Tegelijk probeert ieder land ingrijpende maatregelen te vermijden. We vermijden deze maatregelen, omdat we de concessies die hiervoor nodig zijn alleen willen maken als we weten dat andere landen ze ook maken. Alleen in dat geval zal de best mogelijkste uitkomst worden bereikt.

Het dopingschandaal in de Tour de France kan ook gezien worden als een prisoner's dilemma. Atleten kunnen van doping gebruik maken om beter te presteren, en een grotere kans te krijgen de wedstrijd te winnen. Wanneer één wielrenner van doping gebruik maakt, heeft deze een groot voordeel over de andere wielrenners. Wanneer iedereen echter gebruikt maakt van doping, hebben ze allemaal hetzelfde voordeel, wat relatief dus geen verschil meer maakt. Ze ervaren echter ook allemaal de nadelen van het gebruik van doping. Dit is voor iedereen een slechtere situatie dan wanneer niemand doping gebruikt.

Is het mogelijk om uit dit dilemma te komen? Zijn er manieren waarop de kans dat de mensen elkaar niet verraden groot is, ondanks de grote beloning als ze dat wel doen? De meest aangekaarte weg naar samenwerking, is als het prisoner's dilemma zich meerdere keren voordoet. Door de herhaling, is het nodig dat de verschillende partijen op elkaar leren vertrouwen. In het voorbeeld van de concurrentie tussen Coca-Cola en Pepsi, is het voor een korte tijd beter voor de partij die de prijs verlaagt. Als Coca-Cola de prijs verlaagd, is het bijvoorbeeld mogelijk dat ze hierdoor één maand meer omzet zullen behalen. Na verloop van tijd zal Pepsi echter ook zijn prijs verlagen. De winstmarge die ze nu beiden verloren zijn, compenseert voor het korte gewin van de hogere omzet die behaald is door vals te spelen. Als het management van Coca-Cola toekomstgericht werkt, zullen ze dus niet snel geneigd zijn vals te spelen in het prisoner's dillema, door de prijs te verlagen.

IBA verklaart `ssh`

Pepijn Overbeeke

IBA (InformatieBeheer A–Eskwadraat, ook wel de technische commissies van A–Eskwadraat: de Sysop, TeXniCie en WebCie) heeft het IBA-blog in het leven geroepen om de leden op de hoogte te houden van de nieuwste ontwikkelingen op het technische vlak bij A–Eskwadraat. Het volledige blog is te lezen op `iba.a-eskwadraat.nl`. Het volgende stukje van het blog is geplaatst door Pepijn Overbeeke om te verklaren hoe je over het internet kan inloggen.

Al sinds de beginjaren van het internet werden er applicaties gemaakt om in te kunnen loggen op andere computers vanaf je eigen computer. Neem bijvoorbeeld programma's zoals `telnet` en `rsh` (als deze programma's je niks zeggen, wees gerust, we zullen ze niet behandelen). Echter, de bestaande programma's hadden niet genoeg beveiliging en waren vatbaar voor bijvoorbeeld wachtwoordsniffers. Daarom besloot Tatu Ylönen in 1995 om een beter programma te maken voor het inloggen op andere computers en hij doopte het programma '`ssh`' (*s*ecure *sh*ell). Al vanaf het begin bleek `ssh` populair en tegenwoordig is het niet meer weg te denken in de wereld van Linux en Macs en wordt het gebruikt om veilig bestanden over te sturen, applicaties op een andere computer te draaien en nog veel meer. Windowsgebruikers moeten zich nog wenden tot andere applicaties om hetzelfde doel te bereiken (denk bijvoorbeeld aan PuTTY) maar Microsoft heeft in 2015 aangekondigd dat het `ssh` in toekomstige generaties van Windows gaat integreren.

Hoe werkt `ssh` dan precies, vraag je je misschien af. Laten we eens gaan kijken wat er allemaal gebeurt als je een `ssh`-connectie probeert op te zetten. Het eerste wat je doet is verbinding maken met de `ssh`-poort op de `ssh`-server (meestal poort 22). Op dit moment krijgt de client (dat is de computer vanaf waar je connectie maakt) twee dingen toegestuurd: de protocolversie en de `ssh`-versie van de server. Als de client het protocol ondersteunt, kunnen ze verder.

Op dit moment gaan zowel de client als de server over op een Binair Package Protocol, dat betekent dat de pakketjes die overgestuurd worden nu 32 bits groot zijn. De server stuurt nu zijn publieke sleutel (het publieke deel van de asymmetrische versleuteling, maar dat is weer een verhaal voor een andere keer), 8 willekeurige bits die de client moet terugsturen als antwoord en tenslotte alle soorten encryptie die ondersteund worden. Nu maakt de client een symmetrische sleutel aan en stuurt deze sleutel ook naar de server. Deze sleutel wordt gebruikt om de data die over de `ssh` gestuurd wordt, te versleutelen. Merk natuurlijk wel op dat deze sleutel eerst versleuteld wordt met de publieke sleutel van de server. Ook geeft de client op dit moment aan welke versleutelingsmethode hij gebruikt voor het versleutelen van de data.

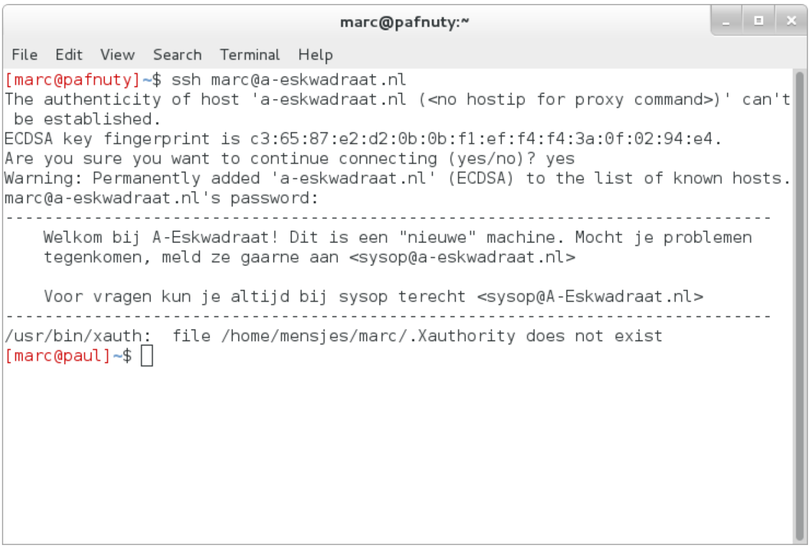
Als laatste stap wacht de client op een bevestiging van de server. Deze bevestiging is uiteraard versleuteld met de symmetrische sleutel die de client heeft aangemaakt en is belangrijk voor de client; dit is namelijk nu de enige manier om te weten of de client met dezelfde server praat als waar hij net mee heeft gecommuniceerd, dit om zeker te zijn dat er niet iemand is die met alles loopt te rommelen om zo je geheime data te achterhalen. Als dit allemaal goed is gegaan kunnen de client en de server versleuteld en veilig met elkaar babbelen en kan je gaan inloggen op de server.

Dit is natuurlijk een hoop informatie om in 1 keer te bevatten, dus we gaan nu kijken wat er gebeurt als je vanaf thuis bij A–Eskwadraat gaat inloggen. Je probeert dan dus vanaf thuis met poort 22 op de A–Eskwadraatserver te verbinden. Het eerste wat je tegenkomt is de router. De router zorgt voor poortforwarding. Dat houdt in dat de router een lijstje heeft staan met welke poortverbinding hij moet doorsturen naar welke poort op welke machine. Daar staat bijvoorbeeld dat als je op poort 22 probeert te verbinden, de router je doorstuurt naar poort 22 op de `ssh`-extern-machine van A–Eskwadraat, `paul`. Vervolgens maak je dus verbinding met poort 22 op `paul` en treedt het standaard `ssh`-protocol in werking. In de router staan echter nog meer regels, zo kan je bijvoorbeeld verbinding maken met poort 32022 om op de workstation `dennis` uit te komen. Probeer het zelf ook eens uit, Linux- en Mac-gebruikers kunnen het commando ssh gebruiken:

```
ssh [username]@a-eskwadraat.nl -p 32022
```

Windowsgebruikers kunnen als ze PuTTY gebruiken in PuTTY selecteren met welke poort ze verbinding willen maken. Natuurlijk wordt de poortforwarding voor veel meer gebruikt dan alleen `ssh`, denk aan mail of een HTTP-request, maar dat is een verhaal voor een andere keer!

Wil je ook andere stukjes lezen, kijk dan op `iba.a-eskwadraat.nl`. Of lijkt het je ook leuk om zelf mee te werken aan LaTeX, de website of het computersysteem van A–Eskwadraat, kom vooral eens kijken bij de TeXniCie, WebCie of Sysop!



Van `pafnuty` op het A–Eskwadraatsysteem naar `paul` op het A–Eskwadraatsysteem `ssh`'en

De indrukken van een eerstejaarsstudent

Jim Vollebregt

Een nieuw collegejaar is van start gegaan en daarmee begeeft een nieuw gezelschap eerstejaars zich op het gladde ijs dat het donkere universitaire meer bedekt. Zij trachtten natuurlijk niet te verdrinken in de onmetelijke dieptes van dit onstuimige waterbekken. Ik wil zelfs zo ver gaan te beweren dat de start van de studententijd van een willekeurig persoon evenwel gezien kan worden als een sociaal experiment.

Ik zal hier straks meer evidentie over verschaffen, maar om de chronologie van mijn verhaal niet uit het oog te verliezen neem ik de lezer eerst mee terug naar de allereerste dagen van het "studeren". Dat wil zeggen, je wordt niet geacht iets van deze dagen op te steken, maar in het kader van sociale cohesie wordt het op prijs gesteld als je wel aanwezig bent. Desalniettemin valt er in deze dagen al een hoop te bestuderen. Waarachtig, bovengenoemd gezelschap waaiert uit over de Uithof om in kleine groepjes opdrachten te vervullen voor punten. In zekere zin de start van het sociale experiment, waarin degenen die in staat zijn twintig spekjes in hun mond te proppen duidelijk een streepje voor hebben. Of anders degene die zo inzichtelijk is op te merken dat een sliert ongekookte spaghetti minder snel breekt tijdens het lopen van een estafetteparcours als twee personen van dezelfde lengte hem vasthouden (dat dit überhaupt relevant is geeft misschien weer welk een beproevingen de eerste studiedagen te bieden hebben). Meest opvallend aan deze opdrachten, die, geloof het of niet, bedoeld zijn om de Uithof te verkennen, is de puntentelling, die elk bevattingsvermogen te boven gaat. Zo verdien je gemakkelijk 160 punten voor het op de foto gaan met een roze hoed, terwijl het zingen van We Are The Champions in vier verschillende talen en het bouwen van een menselijke piramide je bij elkaar niet meer dan drie punten oplevert.

Wie denkt dat de poppenkast hiermee is afgedaan, komt bedrogen uit. Na deze eerste dag volgt een Crazy 88 in Utrecht, en net als je als eerstejaars het gevoel begint te krijgen dat gewoon middelbare schoolwerk nog zo slecht niet was, begint het introductiekamp. Gelukkig is het eerst anderhalf uur met de bus, waarin je even bij kunt slapen of je mentaal kunt voorbereiden op het pandemonium dat ongetwijfeld op het punt staat te beginnen. Maar helaas, zelfs dat is je niet vergund. Nog voor je goed en wel je ogen gesloten hebt weerklinkt een onheilspellende stem door de bus die je aanspoort uit volle borst mee te zingen met de meest pretentieuze yells die je ooit gehoord hebt. In deze kan ik niet voor de andere groepjes spreken, al veronderstel ik dat de parodie van de Spice Girls die de begeleiders van team oranje hebben gesmeed wat betreft kwaliteit weinig onderdeed voor de brouwsels van team geel of de lyriek van team paars. En dat is pas het begin. Zodra je de bus uit komt, mag je je zangtalent ten toon spreiden voor alle deelnemers van het introductiekamp, waarbij het enige soelaas eruit bestaat dat rood het bijltje er net zo goed bij neer heeft gegooid en dat ook de lijfspreuken van blauw niet bepaald betoverend zijn (aangezien team jager trager was zie ik mij helaas niet in staat een passende omschrijving te vinden voor hun leuzen).

Maar dan, na een hoop poespas, gaat de teambuilding echt van start. Dit bestaat vooral uit het slijmen bij team roze, de begeleiders. In hun grootheidswaan dragen deze hoogvliegers een allure van ongenaakbaarheid om zich heen, maar voor de scherpzinnige eerstejaars, die hier makkelijk doorheen zal hebben weten te prikken, moge het duidelijk zijn dat team roze, met alle respect, een verzameling profiteurs is. Hierbij moet ik vermelden dat ik niet vind dat dit noodzakelijkerwijs misplaatst is. Immers, na een lange zomervakantie zal de eerstejaars student flink hebben ingeboet aan eerbied voor gezag. Echter het nut van een lofzang bij binnenkomst ontgaat mij.

Na een zware dag teambuilding vindt men rust en genot tijdens het eten. Echter pas nadat de zeekomkommer is verheerlijkt met zijn eigen hymne en een uitputtend maar niet onwelvoeglijk applaus voor de kookploeg de revue is gepasseerd. Voordat je je dan eindelijk te ruste kan leggen in je halfopgemaakte bed in je veel te benauwde kamer, is er eerst nog een festiviteit waarbij de alcohol niet wordt geschuwd. Mijn persoonlijke vendetta's terzijde moet ik toegeven dat deze het hoogtepunt van het kamp was, de matige locatie (een kelder) buiten beschouwing gelaten. De enige complicatie is dat je de volgende ochtend te verstaan wordt gegeven dat ochtendgymnastiek verplicht is. Deze is niet zozeer bedoeld om wakker te worden of je conditie op te bouwen als wel om je aan het verstand te brengen dat een banaan vooral niet cyaan is. Na een beknopte mentorbriefing begint de hele riedel weer van voren af aan.

En dan, na een veel te kort weekend, kan het echte studeren dan eindelijk beginnen. Alvorens in de collegebanken te belanden word je eerst overstelpt met tijdingen over lokaalwijzigingen en met ijzeren vuist gehandhaafde discipline. Al gauw dreigt het ijzige water van thans beschreven meer je daadwerkelijk te verstikken als je beseft dat de Universiteit Utrecht gebruik maakt van maar liefst zes online platforms, waarbij ik de persoonlijke webpagina's van docenten niet eens meetel. Men zou tot de conclusie kunnen komen dat elk platform een eigen doel dient en daarmee bestaansrecht toekomt. Dit is echter een misvatting van ontstellende proporties. Aan de hand van het volgende voorbeeld zal ik de lezer illumineren over deze stelling: Wanneer je je voor een cursus op wilt geven, moet je eerst via Bètaplanner opzoeken welke vakken je dient te volgen. Vervolgens ga je naar Osiris om je in te schrijven. Daarna kun je je rooster bekijken op Blackboard. Ik vertrouw op het gemiddelde intellect van de lezer die tot hier heeft weten te komen in mijn schrijven om in te zien dat dit onnodig omzichtig is.

Ondanks de vele onbeduidende mankementen van de Universiteit Utrecht kan de eerstejaars niet beweren dat zijn klachten niet gehoord zullen worden. Sterker nog, er lijkt een soort fetisj te heersen voor het ontvangen van kritiek. Even een greep uit de schier oneindige verzameling aanspreekpunten: Het WOL, voor en door studenten; de College Responsgroup, een vakspecifiek overleg tussen uitverkoren studenten en de hoofddocent; de studieadviseur, waar je terecht kan met persoonlijke verwikkelingen; de tutor, die zelf mag bedenken wat hij nog toe te voegen heeft. Hier ontstaat welhaast een vicieuze cirkel, want zie, met zo veel consulaten kan de eerstejaars niet anders dan zich te richten tot weer een volgende adviesraad, om zich daar te beklagen over het feit dat hij zijn klacht bij zo veel partijen kwijt kan dat eigenlijk geen van deze instanties nog toereikend lijkt voor de specifieke situatie.

Dat gezegd hebbende wil ik met klem benadrukken dat ik er niet naar streef kritiek te leveren op wie dan ook. Ik wil slechts een kritische blik werpen op de hectische gebeurtenissen van de eerste weken op het ijs. De indrukken van een eerstejaars student zijn hoe dan ook die van ontzag en een zeker onbehagen, en die doet al gauw de vonk van eigengereidheid doven. Ik hoop de lezer ruimdenkender te hebben gemaakt dan de denkbeeldige cel van het sociale experiment toelaat. Schroom niet je af te vragen of een banaan niet toch cyaan is. Natuurlijk wil je je nieuwe studie graag leuk vinden, maar durf ook toe te geven dat er mindere kanten aan zijn. Die hoeven natuurlijk niet te maken te hebben met benauwde slaapkamers, corrupte "notarissen" of een overvloed aan raadgeversapparaten. Hoe imposant het meer ook is, laat het je niet belemmeren je te ontplooien tot een unieke volwassene.

Wiskundige stellingen voor op verjaardagsfeestjes

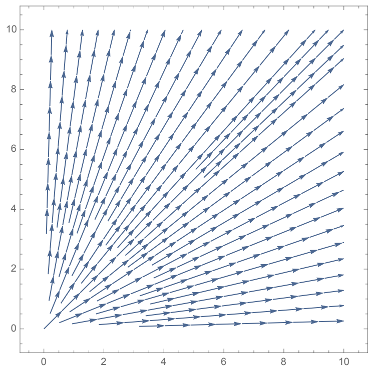
Ook leuk voor niet-wiskundigen

Babette de Wolff

Misschien ken je de situatie wel: je bent op een verjaardagsfeest van een familielid, wanneer een oom of tante je vraagt waar dat nu eigenlijk over gaat, die wiskundestudie van je. En stiekem is het best moeilijk om daar goed op te reageren. Je kan vervallen in nietszeggende algemeenheden, of vol enthousiasme beginnen te vertellen over de supergave stelling die je net op college behandeld hebt. Het is natuurlijk een beetje afhankelijk van wat je doel is, maar als je daadwerkelijk antwoord wilt geven op de vraag leert de ervaring dat beginnen over het maximummodulusprincipe niet per se een goed idee is wanneer oom/tante geen wiskundige is[1] Nu zijn er best een paar leuke stellingen uit abstracte wiskunde die onverwachte en grappige toepassingen hebben, dus misschien heb je met deze stellingen meer succes (doe-tip: probeer het uit!)

Hairy Ball Theorem

Een overgroot deel van de wiskundige stellingen zijn vernoemd naar 1) degene die de stelling bewezen heeft of 2) het thema waar de stelling over gaat (denk bijvoorbeeld aan de tussenwaardestelling). Nu is er bij mijn weten geen wiskundige die naar de naam 'hairy ball' luistert, dus kunnen we vermoeden dat we bij deze stelling met geval 2) te maken hebben, wat inderdaad het geval is. Hoewel de stelling in 1912 voor het eerst bewezen is door de Nederlandse wiskundige Brouwer, is een 'toepassing' ervan inmiddels zo bekend in de populaire literatuur dat er vaak onder die naam naar wordt verwezen.



Figuur 1 *Een continu vectorveld (op (een deel van) $\mathbb{R}^2$)*

Kort door de bocht zegt het Hairy Ball Theorem dat we op een sfeer van even dimensie geen continu vectorveld kunnen vinden dat nergens een nulpunt heeft. Als we ons voorstellen dat we een oom of tante proberen te *entertainen* op een verjaardagsfeestje, zijn hier er een paar begrippen in de vorige zin die toelichting behoeven. Om te beginnen 'sfeer'. Hier bedoelen we namelijk niet de sfeer mee die op het verjaardagsfeestje al dan niet goed is[2]. In plaats daarvan bedoelen we de verzameling punten die afstand 1 hebben tot een middelpunt. De oplettende lezer merkt nu misschien op dat we daarvoor op z'n minst in een metrische ruimte moeten zitten. Voor

[1]Waar we in dit artikel maar even vanuit gaan, want anders had hij/zij waarschijnlijk niet deze vraag gesteld, maar was zelf ook vol enthousiasme over supergave stellingen begonnen.
[2]Sorry, die grap moest in deze context gemaakt worden

de Hairy Ball Theorem heb je overigens nog wat meer aannamen nodig. Als je oom/tante wel wiskundige is, is het een leuk gespreksonderwerp deze precies te bepalen. Mocht je het introduceren van deze definitie van 'sfeer' ook al een beetje te riskant vinden, dan kunnen we het ook houden op een 'heel erg gladde voetbal'. Behalve dat dit meer tot de verbeelding spreekt bij je neefjes die ondertussen de hele tijd het verloop van de Eredivisie zitten te bekijken, maakt het in deze context ook niet heel veel uit. De volgende sfeer met even dimensie heeft namelijk een vierdimensionaal oppervlak, en die dimensie kunnen de meesten van ons zich toch niet voorstellen.

Oké, tot zover de sfeer. De aandacht van oom/tante begint wat te verslappen, dus we gaan iets sneller door de andere definities heen om toch nog op tijd bij de *punchline* van ons verhaal te komen. Om te beginnen vectorveld: een vectorveld kunnen we ons voorstellen als een afbeelding die aan elk punt op de sfeer een vector toevoegt. Eigenlijk gewoon een verzameling pijltjes dus. Misschien wat moeilijk uit te leggen is het begrip 'continu', wat we onder de omstandigheden het beste kunnen definiëren als 'zonder gekke hoeken of sprongen'. Niet een definitie die je wilt gebruiken op je analysetentamen, maar misschien hebben we met al dit *handwaven* toch een beetje een beeld kunnen schetsen van een continu vectorveld. Mocht het niet duidelijk zijn, dan hebben we in Figuur 1 een plaatje voor je (service van de Vakidioot. Moet je ons wel meenemen naar de verjaardag, natuurlijk).

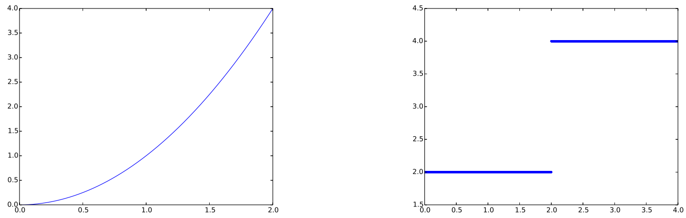
Na al deze terminologie uitgelegd te hebben, is hopelijk de inhoud van de stelling ook duidelijk geworden: als we zo'n continu vectorveld op een sfeer van een even aantal dimensies willen hebben, moet er ergens een nulpunt zitten, dus een punt waar 'geen pijltje' zit. Stel nu dat we een harige bal hebben (een kokosnoot bijvoorbeeld) en we willen zijn haren zo kammen dat er nergens een rare knik of een scheiding zit (op een continue manier dus), dan moet er op zijn minst ergens een kruin zitten. Dat is toch praktische kennis waar je in het dagelijks leven wat aan hebt. Mocht je oom/tante nou goed begrepen hebben dat wiskundigen niet zomaar wat kunnen beweren, maar dat ook moeten kunnen bewijzen, dan kan je doorverwijzen naar het derdejaarsvak Topologie & Meetkunde. Een andere optie is om de aandacht af te leiden met de volgende stelling, waarvan het bewijs wat meer geschikt is voor de verjaardagsvisite.

Temperatuur op aarde

Als het goed is, hebben de nieuwe eerstejaarsstudenten wiskunde inmiddels bij Infi A geleerd dat wiskunde grote maatschappelijke relevantie heeft. Een voorbeeld hiervan [3] is de volgende bewering: als we ervan uitgaan dat de temperatuur als functie van de positie op aarde een continue functie is, dan zijn er op de evenaar altijd twee *antinodal* punten waar het even warm is.

Deze bewering kunnen we bewijzen met een stelling die alle n-dejaars wiskundestudenten voor $n > 1$ (hopelijk) bekend voorkomt: de tussenwaardestelling. Voordat we beginnen aan het bewijs, moeten we misschien de 'definitie' van continuïteit die we hiervoor aan oom/tante hebben verteld iets aanpassen. Bij het bewijs van deze functie kijken we alleen naar de temperatuur als functie van de positie op de evenaar, niet als functie van *any* positie op de aarde. Dat betekent dat we het domein van de functie ook best naar de evenaar kunnen beperken. Dat levert ons een (periodieke) functie op die van $\mathbb{R}$ naar $\mathbb{R}$ gaat en in dit geval is een continue functie intuïtief gezien een functie 'die je kan tekenen zonder je pen van het papier te halen'. Zoals (ongeveer) alle functies die je ooit op de middelbare

[3] Mocht je niet helemaal overtuigd zijn van de directe maatschappelijke relevantie hiervan, dan is het in ieder geval een leuke bewering



Figuur 2 *Een continue functie (links) naast een discontinue (rechts). Service van de Vakidioot*

school bent tegengekomen, bijvoorbeeld. Met deze functie halen we nu het volgende uit (als er sinaasappels op de verjaardag zijn, kunnen we die misschien gebruiken om het idee te illustreren): we bekijken de temperatuur op een willekeurig punt op de evenaar (laten we het punt even x noemen) en halen daar de temperatuur op het tegenoverliggende punt (dat we $-x$ noemen) vanaf. We lopen nu linksom (want dat doen wiskundigen nu eenmaal) over de evenaar en doen deze berekening in elk punt. De oplettende lezer merkt nu op dat het verschil van continue functies continu is, maar - afhankelijk van de stemming - kan je al dan niet besluiten hierover tegen oom/tante te beginnen. Wat we in ieder geval weten, is dat wanneer we deze functie in het punt $-x$ bekijken, de functiewaarde hier gegeven wordt door de temperatuur in het punt $-x$ min de temperatuur in het punt x. Dit is dus precies het tegenovergestelde van de functiewaarde in het punt x; de functie is dus van teken gewisseld.

Omdat we hier met een natuurkundig verschijnsel te maken hebben (de temperatuur), hebben we aangenomen dat de functie continu is, want dat is wat natuurkundigen nou eenmaal doen. Dit betekent dat we de tussenwaardestelling kunnen gebruiken. Deze stelling zegt wanneer we een gesloten interval in $\mathbb{R}$ hebben, dat een continue reëlwaardige functie alle waarden tussen de functiewaarden op de eindpunten aanneemt (in iets meer wiskundige notatie: als we een gesloten interval $[a,b]$ hebben en een $\gamma \in \mathbb{R}$ met de eigenschap dat $f(a) \leq \gamma \leq f(b)$ (of $f(b) \leq \gamma \leq f(a)$ als $f(b) \leq f(a)$) dan bestaat er een $c \in [a,b]$ zodat $f(c) = \gamma$). Als je een aantal continue functies tekent, lijkt dit stiekem best duidelijk, maar we hebben best wat machinerie nodig om het te bewijzen (een betere definitie van continuïteit, om te beginnen). De tussenwaardestelling bewijzen gaan we op de verjaadag dus maar even niet doen, maar we kunnen met behulp van deze stelling wél onze andere claim bewijzen.

We hadden namelijk al vastgesteld dat de functiewaarde ergens tussen het punt x en $-x$ van teken wisselt. De tussenwaardestelling vertelt ons dus nu dat er ergens tussen x en $-x$ een punt y moet zijn waar onze functie de waarde nul aanneemt. Dit betekent dus dat het temperatuurverschil tussen het punt y en $-y$ nul is, oftewel dat het op de punten y en $-y$ even warm is.

Je oom of tante zou nu op kunnen merken dat dit allemaal leuk en aardig is, maar dat we nog steeds geen enig idee hebben waar die punten zich precies op de evenaar bevinden (ja, tegenover elkaar, maar verder hebben we geen idee). En daar kunnen we hem of haar eigenlijk alleen maar gelijk in geven. Maar wat mij betreft mag dat de pret niet drukken, want we weten nu in ieder geval wel zeker dat het punt bestaat, en dat is ook al best wat.

Zonnedans

Claudia Wieners

Als je ooit op een mooie zomerdag zo onvoorzichtig bent geweest om zonder kompas (of GPS) een fietstocht in onbekend terrein te maken en een beetje verdwaald bent geraakt, heb je misschien ook wel eens met behulp van de zon de richting bepaald om je te oriënteren. Hiervoor zijn er simpele regels, die echter niet bijzonder nauwkeurig zijn. Wanneer je bij een splitsing alleen wilt weten of je nou rechts of links moet, heb je daar geen last van, maar het is interessant om eens wat preciezer te kijken waar de zon staat.

Toen ik net op de middelbare school zat, kwam ik in een aardrijkskundeboek een uitleg tegen over hoe je met behulp van de zon en een horloge de richting kan bepalen. Een enigszins ingewikkelde beschrijving, die op de aanname gebaseerd is dat de zon om 12 uur 's middags in het zuiden staat, om 6 uur 's avonds in het westen en om zes uur 's ochtends in het oosten. Voor de tijden ertussen wordt lineair geïnterpoleerd, dus om 9 uur 's ochtends verwacht je de zon in het zuidoosten. Omgekeerd kun je natuurlijk, als je een kompas en de zon hebt, de tijd bepalen. Ik vond dit allemaal hartstikke fascinerend, maar in de loop van de tijd moest ik ontdekken dat de waarheid wat ingewikkelder is.

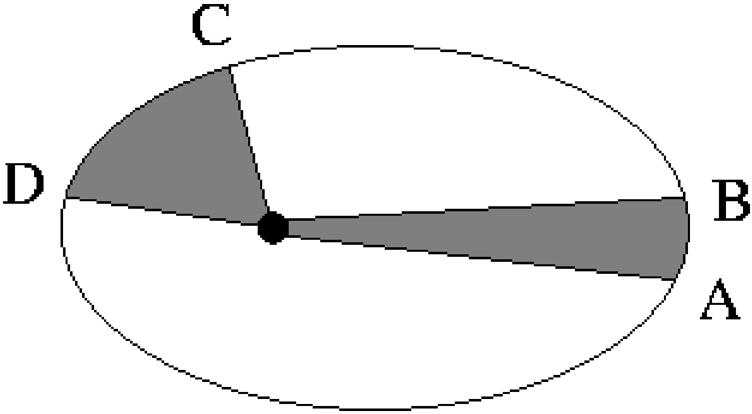
Ten eerste klopt het natuurlijk niet op het zuidelijke halfrond, want daar staat de zon 's middags in het noorden. Tussen de keerkringen staat de zon met zomerzonnewende 's middags in het noorden en met winterzonnewende in het zuiden. Op de polen zijn noorden, westen, zuiden en oosten niet eens gedefinieerd. We laten nu deze verre locaties buiten beschouwing. Ook in Nederland zijn er aardig wat correcties op de simpele horloge-methode: Noch bereikt de zon per se om 12 uur haar hoogste punt, noch is het waar, dat de zon binnen een bepaalde tijd steeds dezelfde hoek aflegt. We kijken eerst naar de effecten die ervoor zorgen dat de zon niet om 12 uur op z'n hoogst (en pal zuid) staat.

A1) Zomer- en wintertijd

Op de laatste zondag van maart zetten we onze horloges één uur later dan de "echte" tijd van onze tijdzone. Dus wat eigenlijk 12 uur 's middags zou zijn, noemen wij 1 uur, ofwel: De zon staat in de zomertijd één uur later in het zuiden dan wat je volgens de "echte" (winter-) tijd zou verwachten.

A2) Amsterdamse vs Cottbuse tijdzone

De Engelse wintertijdzone, Greenwich time, is zo gedefinieerd dat op 0°O (dus in Greenwich) de zon gemiddeld om 12 uur in het zuiden staat. In Nederland is het altijd één uur later dan in Engeland, maar dit is eigenlijk helemaal niet onze tijdzone: De aarde draait in 24 uur 360 graden; dus één uur komt overeen met 15 lengtegraden, en we leven dus in de tijdzone van 15°OL (dat is zowat de oostgrens van Duitsland), terwijl Amsterdam ongeveer op 5°OL ligt. Ook in de wintertijd loopt de klok hier dus ca. 40 min voor op de zon. (Vóór de tweede wereldoorlog had Nederland trouwens een eigen tijdzone, de Amsterdamse tijd, die gebaseerd was op 5°OL.)

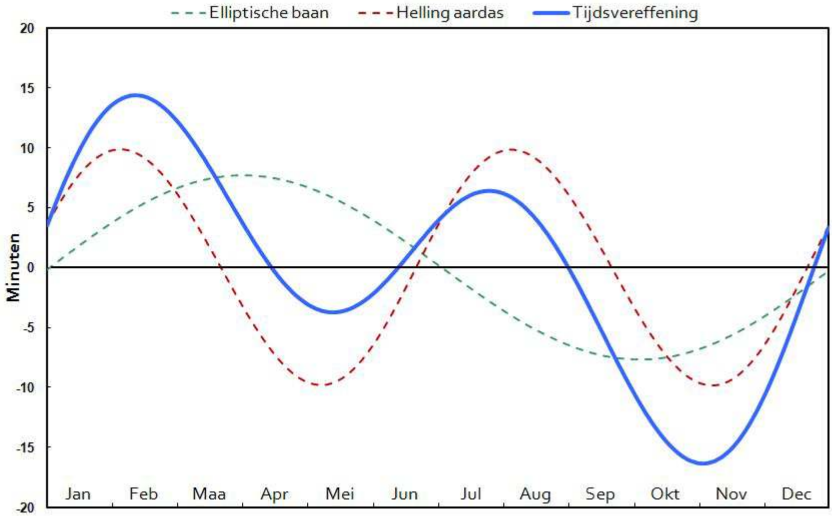


Figuur 1 *De wet van Kepler: Wanneer een planeet in dezelfde tijd van C naar D gaat als van A naar B, dan zijn de grijze oppervlakken even groot. Hoe groter de afstand planeet-zon, hoe kleiner de hoek die binnen een gegeven tijdsperiode wordt afgelegd.*

Zelfs als we geen "onjuiste" keuze van tijdzone zouden maken, zou de zon niet altijd om 12 uur in het zuiden staan. Wij hanteren een daglengte van 24 uur, maar als je een dag definieert als de tijdsperiode tussen twee opeenvolgende momenten waarop de zon in het zuiden staat, schommelt de daglengte een beetje; 24 uur is slechts de gemiddelde daglengte. (De Engelse tijdzone heet vast niet voor niks Greenwich *Mean* Time, GMT.) Er zijn er twee bijdragen aan de schommeling van de daglengte, één met een periode van een jaar en één met een periode van een half jaar (fig. 2). Het verschil tussen het tijdstip waarop de zon daadwerkelijk in het zuiden staat en het moment waarop hij dit gemiddeld zou moeten doen, wordt de tijdsvereffening gemoemd. We definieren hier de tijdsvereffening als positief wanneer de zon later dan gemiddeld in het zuiden staat.

A3) De elliptische baan van de aarde

De jaarlijkse component van de tijdsvereffening heeft te maken met het feit dat de baan van de aarde rond de zon een ellips is. De aarde draait eigenlijk niet binnen 24 uur rond haar as, maar - ten opzichte van de sterrenhemel - binnen 23 uur 56 min: de “siderische” (sterren-) daglengte. Omdat de aarde binnen een dag niet alleen één keer rond haar as, maar ook nog eens c.a. 1° rond de zon draait, duurt het vier minuten (= 24uur/360) extra totdat de zon weer op dezelfde plek te zien is. Echter, dankzij haar elliptische baan varieert de hoek die de aarde op een dag aflegt. Wanneer de aarde dichtbij de zon staat (perihelium, c.a. 4 januari) moet zij volgens de wet van Kepler (fig. 1) binnen één dag een grotere hoek afleggen dan tijdens het aphelium. Dit betekent dus dat tijdens het perihelium de ware dagen (tijdsduur tussen twee tijdstippen waarop de zon in het zuiden staat) extra lang worden, omdat de aarde meer dan vier minuten nodig heeft om deze grotere hoek af te leggen. Wat de jaarlijkse bijdrage aan de tijdsvereffening betreft, is dus ongeveer halverwege perihelium en aphelium de vertraging van de zon ten opzichte van GMT het grootst.



Figuur 2 *De totale tijdsvereffening (blauwe lijn) en de contributie van de elliptische baan van de aarde rond de zon (groene stippellijn) en van de scheefstand van de aardas (rode stipellijn). De tijdsvereffening is positief wanneer de zon later in het zuiden staat dan volgens de gemiddelde tijd.*

A4) De scheefstand van de aardas

Niet de gehele hoek die de aarde in één dag rond de zon aflegt wordt gebruikt om de zonnedag langer te maken dan de siderische dag. Dit kun je je het makkelijkst voorstellen als je naar Uranus kijkt, die bijna “liggend” (dus met de Uranusas bijna binnen het vlak van zijn baan) rond de zon beweegt. Tijdens de Uranus-equinox wijst de Uranusas ongeveer in de richting van zijn baan rond de zon. De hoek die Uranus rond de zon aflegt, wordt volledig gebruikt om het zenitpunt (het punt op Uranus waar de zon loodrecht op staat) noord- of zuidwaarts te bewegen, maar staat haaks op de beweging van Uranus rond zijn eigen as. De hoek die door de rotatie extra afgelegd moet worden om de rotatie door de baan te compenseren is dus 0 en de siderische dag en de zonnedag op Uranus zijn dan gelijk.

Voor de aarde betekent wordt deze hoek niet nul, maar wel geldt dat tijdens equinox de hoek kleiner wordt en dat de rotatie minder dan vier minuten nodig heeft om deze hoek te doorlopen. De dag wordt dus minder verlengddan tijdens de zonnewenden, ofwel de dagen zijn korter dan gemiddeld.

De som van effecten A3 en A4 zorgt ervoor dat de zon soms een kwartier te laat of te vroeg op z’n hoogst staat (t.o.v. GMT).

Misschien heb je een keer opgemerkt dat de vroegste zonsondergang niet op ongeveer 21 december (winterzonnewende) plaatsvindt, maar omstreeks 12 december. De laatste zonsopkomst is begin januari. Dit komt doordat rond winterzonnewende de afgeleide van de tijdsvereffening positief is en het tijdstip waarop de zon op z'n hoogst staat naar later aan het verschuiven is.

Als we weten op welk moment de zon in het zuiden staat, kunnen we dan de simpele regel uit het aardrijkskundelesboek:

$$\alpha_{zon} = 180° \cdot \frac{t - t_{zuid}}{12 \text{ uur}} \tag{1}$$

waarbij α_{zon} de hoek is (t.o.v. zuiden) en t_{zuid} het moment waarop de zon in het zuiden staat (berekend met behulp van correcties A1-A4), gerust toepassen?

Nee!

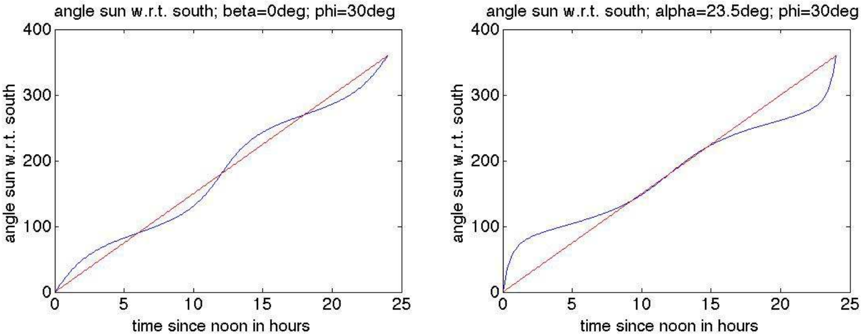
Ook hier hebben we weer twee effecten, één met een periode van een halve dag en één seizoensafhankelijk effect dat met de scheefstand van de aardas te maken heeft. Ik ga hier ervan uit dat de zon om 12 uur in het zuiden staat, ofwel dat we voor de bovenstaande effecten al een correctie hebben toegepast (zie fig. 3).

B1) Horizontale en verticale beweging van de zon

Rond equinox variëert α_{zon} niet lineair met de tijd, maar het snelst in de middag, dus $t = t_{zuid}$ en rond middernacht, $t = t_{zuid} + 12$ uur, al zie je het laatste natuurlijk niet (we laten de polen even buiten beschouwing). Op deze tijdstippen beweegt de zon namelijk alleen horizontaal over de hemel, terwijl op $t = t_{zuid} \pm 6$ uur de zon een flinke verticale beweging uitvoert, en dus minder hard horizontaal kan bewegen. De grootte van dit effect hangt van je breedtegraad af. Op de evenaar tijdens equinox is het extreem: De zon staat tot 12 uur 's middags in het oosten, dan eventjes direct boven je hoofd en na 12 uur in het westen. Aan de pool maakt de zon in de loop van de dag helemaal geen verticale beweging, maar draait gewoon rond je heen. In onze breedten kan het effect van verticale zonnebewegingen voor afwijkingen van ca. 8 graden ten opzichte van verg. (1) zorgen; de zon loopt in de ochtend (6-12 uur) en in de eerste helft van de nacht (18-24 uur) voor op eq. (1).

B2) Scheefstand van de aardas

Tijdens de zomerzonnewende staat om 6 uur en 18 uur de zon in Nederland niet pal in het oosten of westen, maar ook een beetje in het noorden. Dit kun je je weer het makkelijkst voor de geest halen als je aan de "liggende" Uranus denkt: Daar staat de zon in de zomer gewoon (bijna) boven de noordpool. In Nederland staat om 12 uur 's middags de zon echter wel degelijk in het zuiden, terwijl hij dus in de zomer wel lichterlijk in het noorden opkomt en ondergaat. Hierdoor moet de zon overdag niet alleeen de 180° afleggen van het oosten naar het westen, maar ook nog een stukje extra. Hierdoor beweegt de zon in de zomer overdag dus sneller en 's nachts langzamer. In de winter is dit precies andersom.



Figuur 3 *De richting waarin de zon staat (0°= zuiden, 90°=westen), afhankelijk van de tijd van de dag (0=middag, 12=middernacht). Het linkerplaatje is geldig tijdens equinox, wanneer de scheefstand van de aarde $\beta = 0$ is; het rechterplaatje geldt voor de zomerzonnewende. De situatie voor breedtegraad $\varphi = 50°N$ lijkt sterk op 30°N, behalve dat de afwijkingen dichter bij de pool zwakker zijn, vooral tijdens zomerzonnewende.*

In totaal kunnen correctie 1 en 2 tijdens zomerzonnewende op 50°N een afwijking van ca 15° t.o.v. verg. (1) teweegbrengen, die omstreeks 9 uur en 15 uur het sterkst is. [1]

Ik moet bekennen dat ik tijdens een fietstocht iets beters te doen heb dan al deze details netjes uit te werken, al houd ik weleens rekening met de correcties voor de tijdzones, zomer- en wintertijd en misschien (kwalitatief) de niet-lineaire beweging van de zon in het horizontale vlak. Maar wat ik in een land als Nederland vooral zou adviseren is om toch maar een kompas mee te nemen voor als het bewolkt is!

De grote vraag

Tot slot nog een vraag aan de lezer die niet direct met navigatie te maken heeft: Als we de burgerlijke (avond)schemering definiëren als de tijd van zonsondergang tot het tijdstip waarop de zon 6° onder de horizon staat, op welke dag of dagen van het jaar duurt dan in Nederland de schemering het langst (kortst) en waarom? De eerste die een correct antwoord met verklaring naar c.e.wieners@uu.nl opstuurt, krijgt een prijsje van me :-)

De auteur heeft een Matlab-script geschreven dat de positie van de zon aan de hemel berekent voor elke gewenste plaats en tijdstip op aarde. Het is te vinden op www.a-eskwadraat.nl/Vereniging/Commissies/vakid.

[1] Je kunt de nodige formules makkelijk zelf afleiden: Laat β de seizoensgebonden scheefstand van de aardas ($\approx 23.5°$ tijdens zomerzonnewende), ϕ je breedtegraad (90° op de noordpool) en λ de "uurhoek", dus $\lambda = 360° \times (t - t_{zuid})/24uur$. Maak een globaal coördinatensystem waarin de x-as van het middelpunt van de aarde naar de zon wijst, en de z-as loodrecht op de ecliptica staat. Druk de eenheidsvectoren van het lokale coördinatensysteem, waarin de x'-as naar het oosten, de y'-as naar het noorden en de z'-as naar boven wijst, met behulp van β, ϕ en λ in het globale coördinatensysteem uit; dit is een beetje gepruts. De $\arccos$ x-componenten van deze x', y' en z'-eenheidsvectoren geeft aan in welke hoek de zon staat ten opzichte van de oostelijke, noordelijke en verticale richting.

Hokjesdenken

Berend Ringeling en Marc Houben

Gegeven is een $12x12$ rooster. Voeg *vierkanten* toe in het rooster hieronder zodanig dat de som van de celwaarden in elke rij/kolom overeenkomt met de getallen buiten het rooster. Zie ook het voorbeeld rechts.

												26
												30
												29
												36
												21
												43
												42
												34
												44
												43
												17
												12
20	18	38	25	29	25	28	41	43	45	35	30	

1			1		2
		3	3	3	9
	1	3	3	3	10
2	2	3	3	3	13
2	2		1		5
5	5	9	11	9	

Voorbeeld

Er gelden de volgende regels:

1. Elke cel in een *vierkant* heeft de waarde gelijk aan de lengte van zijn zijde
2. De vierkanten mogen niet overlappen

Stuur je oplossing naar vakidioot@a-eskwadraat.nl. De winnende inzending krijgt een klein prijsje.

De winnaar van de vorige editie is Midas Schonewille, vanwege zijn geldige oplossingen voor alle drie de vraagstukken. De vijf inzenders vonden allemaal het maximale (20) aantal bezochte vakjes. Een eervolle vermelding gaat uit naar Ruud Nimour, voor zijn mooie foto van een kat.

Na intensieve loting is besloten dat de winnaar van nummer 6 van vorig jaar is geworden: Paul Reijbroek!

De winnaars mogen hun prijsje ophalen bij de A–Eskwadraatkamer

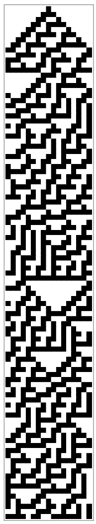
Cellulaire automaten

Marc Houben

Het concept van een cellulaire automaat is ontstaan in de jaren veertig door onderzoek van John von Neumann. Hij was op zoek naar een manier om het menselijke brein te imiteren om daarmee een machine te ontwikkelen die in staat is om complexe problemen op te lossen. Hij bedacht dat zo'n complexe machine in staat moet zijn om zichzelf te controleren en repareren. Hierdoor werd hij gemotiveerd om op zoek te gaan naar een "zelfreplicator", een machine die in staat is om zichzelf te kopiëren. Om dit voor elkaar te krijgen bedacht Von Neumann de eerste "cellulaire automaat", waarin het mogelijk bleek zo'n zelfreplicator te construeren.

Een cellulaire automaat bestaat uit een verzameling van cellen in een grid, die zich in een eindige hoeveelheid toestanden kunnen bevinden. Elke cel heeft een aantal buren, die gedefinieerd zijn door hun relatieve positie ten opzichte van de cel. Een cel ontwikkelt zich in de tijd volgens een verzameling regels, die gebaseerd zijn op de toestanden van zijn buren en de toestand van de cel zelf. Over het algemeen zijn de tijdstappen discreet, en noemen we een bepaalde tijdstap een "generatie". Als we in onze cellulaire automaat een simulatie willen uitvoeren, beginnen we met een bepaalde beginpositie ($t = 0$), waarbij we voor iedere cel de toestand specificeren. We kunnen nu aan de hand van de regels voor elke cel bepalen wat de toestand wordt op $t = 1$. Vervolgens passen we de regels nog een keer toe, en vinden we de toestanden van alle cellen op $t = 2$, et cetera. Zo zien we hoe onze cellen zich ontwikkelen in de tijd. Het blijkt dat je, door de regels goed te kiezen, interessante cellulaire automaten kunt maken, die soms zelfs chaotisch gedrag vertonen.

Het eendimensionale geval



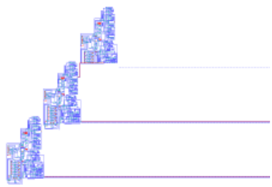
Laten we allereerst gaan bekijken welke cellulaire automaten er allemaal mogelijk zijn in één dimensie. Volgens de algemene definitie zijn dat er nog oneindig veel, dus moeten we de regels iets aanscherpen. We beginnen in ieder geval met een eendimensionaal rijtje van cellen. We zullen het aantal toestanden van een cel beperken tot twee: De cel is wit (0) of de cel is zwart (1). Voor de buren van een cel nemen we simpelweg de cel links en de cel rechts ervan. Alles wat we nu nog nodig hebben, zijn de regels die ons vertellen hoe een bepaalde configuratie van cellen zich gaat ontwikkelen. Als je even nadenkt, dan bedenk je dat er $2^8 = 256$ mogelijkheden zijn om onze regels te kiezen. We moeten immers voor elke mogelijke toestand van drie naast elkaar liggende cellen vertellen of de middelste cel in de volgende generatie wit of zwart wordt, en het aantal mogelijke toestanden van drie cellen is $2^3 = 8$, namelijk: $111, 110, 101, 100, 011, 010, 001$ of 000. De regels kunnen we nu samenvatten in een binaire reeks, bijvoorbeeld 00011110. Deze reeks vertelt ons achtereenvolgens welke kleur de middelste cel wordt in elk van de acht bovenstaande toestanden. Als we bijvoorbeeld de tweede toestand ,110, nemen, dan zal de middelste cel in de volgende generatie een nul worden, want het tweede getal in de binaire reeks is een nul.

De cellulaire automaat die hierdoor wordt gedefinieerd staat beter bekend als "regel 30" (omdat 00011110 als binair getal gezien gelijk is aan 30). Beginnend met simpele configuraties, blijkt regel 30 al snel complexe patronen te veroorzaken, die zo willekeurig lijken te zijn dat Mathematica het zelfs als algoritme gebruikt om willekeurige getallen te genereren. Op de vorige pagina zie je (van boven naar beneden) hoe de reeks 0000000100000000 zich onder periodieke randvoorwaarden[1] ontwikkelt.

Alhoewel regel 30 heel interessant lijkt te zijn, is de bekendste eendimensionale cellulaire automaat regel 110 (01101110). De reden hiervoor is dat voor deze cellulaire automaat Turingvolledigheid is aangetoond. Dat wil ongeveer zeggen dat een willekeurige berekening die geprogrammeerd kan worden, ook binnen het systeem van regel 110 kan worden uitgevoerd.

Het tweedimensionale geval

De cellulaire automaat die Von Neumann heeft bedacht (waarin het mogelijk is een zelfreplicator te maken), is een voorbeeld van een tweedimensionale cellulaire automaat. Voor het grid wordt gebruik gemaakt van een tweedimensionaal patroon van vierkante cellen (je kan het zien als een oneindig vel ruitjespapier). Elke cel kan zich in 29 staten bevinden, en de buren van een cel worden gegeven door de zogenaamde "Von Neumann neighbourhood". Dit bestaat uit de vier aangrenzende cellen links, rechts, onder en boven een gegeven cel. Von Neumann bewees (zonder computer!) dat er in zijn cellulaire automaat een configuratie van 200000 cellen bestaat die zichzelf repliceert.



32-state versie van de Von Neumannzelfreplicator

Hierboven zie je een Von Neumannzelfreplicator in actie. De figuur toont twee volledige kopieën van de machine, waarbij de tweede bezig is de derde te construeren. De lange horizontale lijnen bevatten de "genetische code" (tape) van een machine. Deze code wordt ook in het constructieproces gekopieërd. Het blijkt dat de machine in staat is om aanpassingen in zijn genetische code te verdragen. Zo kan de machine "gemuteerde" kinderen produceren, die de mutatie ook weer op volgende generaties kunnen doorvoeren. Dit laat zien dat het misschien mogelijk is voor een machine om een complexere versie van zichzelf te maken.

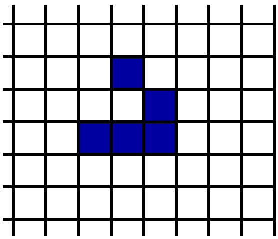
Na Von Neumann's ingewikkelde cellulaire automaat en zelfreplicator waren mensen geïnspireerd geraakt om simpelere regels te verzinnen, die toch interessante resultaten produceren. In 1970 ontstond, na zorgvuldige afweging van de regels, het zogeheten "Game of Life" (ook wel verkort tot "Life"), bedacht door John Conway. Het is op dit moment de bekendste

[1]Dit houdt in dat we doen alsof de meest rechter cel en de meest linker cel aan elkaar grenzen.

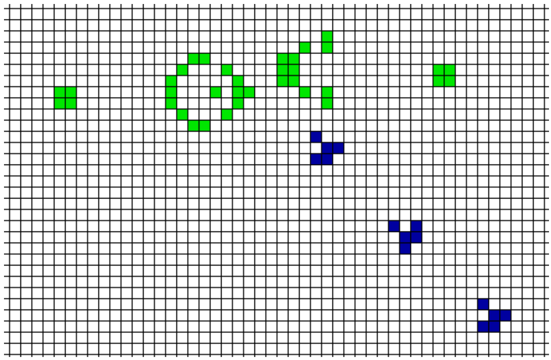
tweedimensionale cellulaire automaat, en het gedrag ervan is uitgebreid bestudeerd. Ook Life maakt gebruik van een oneindig ruitjesgrid. In tegenstelling tot het idee van Von Neumann, hebben de cellen in Life (net als in regel 30) maar twee toestanden, die heel toepasselijk "levend" en "dood" worden genoemd. De buren van een cel worden gegeven door de zogenaamde "Moore neighbourhood". Dit is gewoon een fancy naam voor de 8 omringende cellen. De regels van het leven zijn als volgt:

- Een levende cel met minder dan 2 levende buren sterft (als gevolg van eenzaamheid).
- Een levende cel met 2 of 3 levende buren blijft leven.
- Een levende cel met meer dan 3 buren sterft (door overbevolking).
- Een dode cel met precies 3 levende buren komt tot leven (door voortplanting).

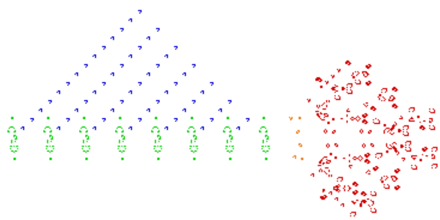
Verrassend genoeg blijkt Life, net als regel 110, ook Turingcompleet te zijn. In 2002 produceerde Paul Chapman zelfs een Universele Minksky Register Machine (URM) in Life. Een URM is een ingewikkeld model en kan als een universele computer worden opgevat. Zijn oorspronkelijke versie bestaat uit 286096 levende cellen in een gebied van 4558 × 21469. Een aantal leuke voorbeelden van (simpelere) objecten die je verder in Life kan maken zie je hieronder:



*De **glider** beweegt zich voort (in dit geval naar rechtsonder)*



*De **glidergun** produceert gliders*



*De **breeder** produceert gliderguns*

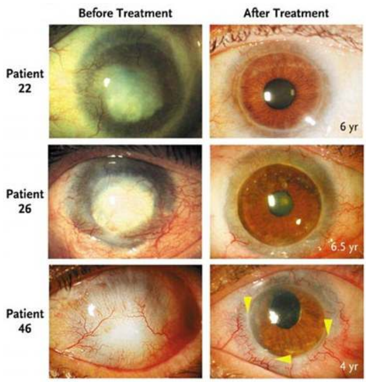
Stamcellen

Koen van Baarsen

Stamcellen zijn cellen in het menselijk lichaam met drie belangrijke eigenschappen: ze kunnen zichzelf vrijwel zonder limiet delen via mitose om meer stamcellen te maken, ze zijn niet gespecialiseerd, en ze kunnen zich delen naar andere gespecialiseerde cellen. Wanneer een stamcel zich deelt, kan het dus nog een stamcel, of een ander type cel worden.

Stamcellen kunnen zich blijven delen en vernieuwen voor lange perioden; ze kunnen zich vermenigvuldigen. Een populatie van duizenden stamcellen kan dus exponentieel groeien tot honderdduizenden en miljoenen stamcellen. Vooral embryonale stamcellen kunnen zich jaren voortplanten. Alle cellen in ons lichaam zijn, op een manier, ontstaan uit stamcellen. In een 3 tot 5 dagen oude embryo, een blastocyste, zorgt de deling van stamcellen voor alle andere cellen in het lichaam – ook gespecialiseerde cellen als die van het hart, de longen en de huid. Andere cellen worden nu nog steeds gevormd uit stamcellen, rode en witte bloedcellen zijn hier voorbeelden van.

Vanwege hun kracht snel te vermenigvuldigen en nieuwe cellen te genereren, hebben stamcellen een enorm potentieel in de geneeskunde. Stamceltherapie klinkt als iets voor in de toekomst, maar ze worden al decennia gebruikt door doktoren, om ernstige ziektes te behandelen, en hiermee mensen te redden. Ze worden bijvoorbeeld vaak gebruikt bij de behandeling van kanker. Sterke radio- en chemotherapie kan de kankercellen doden, maar beschadigd ook gezonde cellen, onder andere cellen in het beenmerg die verantwoordelijk zijn voor het aanmaken van nieuwe bloedcellen. Wanneer deze cellen ernstig beschadigd zijn, kunnen er via stamceltransplantaties stamcellen in de beenmergholte geplaatst worden. Deze stamcellen kunnen het beenmerg weer herstellen, waardoor er weer gezonde bloedcellen aangemaakt kunnen worden.



Figuur 1 *Ogen voor en na stamcel-hoornvliestransplantatie*

Een andere, in de jaren tachtig geïntroduceerde toepassing van stamcellen is het in gespecialiseerde ziekenhuizen laten groeien van nieuwe huid voor mensen met zeer ernstige brandwonden . Door op deze manier huid te laten groeien in laboratoria, is het niet altijd meer nodig huid op andere plaatsen van het lichaam te oogsten. Er zijn ook succesvolle experimenten gehouden waarbij het zicht van mensen die blind waren geworden door chemische brandwonden, hersteld kon worden. Door stamcellen uit de patiënten te winnen, konden hiermee nieuwe hoornvliezen gegroeid worden, die de oude beschadigde konden vervangen.

Een recentere ontwikkeling met stamcellen in de geneeskunde, is hoe we via stamcellen medicijnen kunnen testen. Net zoals we kankercellen gebruiken om de interactie tussen kankercellen en medicijnen te testen, kunnen we via stamcellen andere soorten genereren om de interactie tussen medicijnen en deze cellen te testen.

Er is wel nog veel onderzoek nodig om de kracht van stamcellen volledig te benutten. Met het voorbeeld hierboven, over het testen van medicijnen op cellen gegenereerd uit stamcellen, lopen we bijvoorbeeld tegen problemen aan. We kunnen bijvoorbeeld nog niet ieder soort cel produceren via stamcellen, om er medicijnen op te testen.

Er zijn ook andere soorten stamceltherapie denkbaar, waarbij de cellen die stamcellen genereren, zelf gebruikt kunnen worden voor de genezing van ziekten. Nu zijn we in de geneeskunde bijvoorbeeld sterk afhankelijk van donorweefsel en donororganen. Er is echter een groot tekort aan donoren, waardoor er lange wachtlijsten zijn. Het zou veel levens schelen als we deze organen en dit weefsel gewoon in het laboratorium konden genereren uit stamcellen.

Het zou misschien ook mogelijk kunnen zijn de cellen in het menselijk lichaam te vervangen door cellen gegenereerd uit stamcellen. Zo zou een dwarslaesie bijvoorbeeld geneesbaar kunnen worden, door de beschadigde cellen via stamcellen weer te genereren. Een andere toepassing zou kunnen zijn op het gebied van chronische hartziekten. Misschien zouden deze genezen kunnen worden door de ongezonde hartcellen te vervangen door gezonde hartcellen.

Kweekvlees

Niet alleen in de geneeskunde zijn er ontwikkelingen met stamcellen. Een andere toepassing van stamcellen is kweekvlees. Hierbij worden stamcellen van dieren in laboratoria gekweekt om eetbaar vlees te produceren. Eén van de aantrekkingskrachten van dit soort vlees ligt in het feit dat de productie ervoor minder belastend is voor het milieu. Het rendement van natuurlijk vlees is laag. Het is nodig de dieren veel eten te voeren, en ze lang te laten doorgroeien, voordat ze geslacht kunnen worden en als vlees verkocht kunnen worden. Om de vleescellen zelf te kunnen produceren, zijn alleen de voedingsstoffen nodig die het vlees produceren, niet de voedingstoffen om een dier lang te laten leven.

Het is op dit moment al mogelijk dit soort vlees te groeien. Een Nederlands team onderzoekers heeft in augustus 2013 de eerste in vitro hamburger gegeten in 2013. Er zijn echter, met het gebruik van technologie die we nu hebben, een aantal problemen met kweekvlees. Als eerste is het vlees onhaalbaar duur. Het kost nu 250.000 dollar per gram. Bovendien is het zeer arbeidsintensief het vlees te laten groeien. Het duurde bijvoorbeeld drie maanden om de cellen voor de hamburger hierboven te groeien. Daarnaast is de smaak van het vlees anders. Het vlees is minder sappig omdat er geen vet in zit en de textuur is anders, zachter. Een ander probleem is dat het niet mogelijk is dikke lappen vlees te produceren. In natuurlijk vlees worden de voedingsstoffen en zuurstof die de cellen nodig hebben via bloedvaten aangevoerd. In het kunstmatige vlees zitten echter geen bloedvaten. De cellen moeten de voedingstoffen en de zuurstof die ze nodig hebben via de oppervlakte opnemen. Dat kan niet als hier nog een dikke laag vlees overheen zit.

De discrete stelling van Green

Sophie Huiberts

Sommigen zullen er misschien van gruwelen, maar stiekem is de stelling van Green helemaal niet zo eng als hij lijkt. Wist je bijvoorbeeld dat de stelling van Green ook een mooie discrete versie heeft?

Even als korte opfrisser voor diegene die het lang geleden hebben geleerd, en als korte introductie voor wie dat (nog) niet heeft: de stelling van Green zegt iets over integreren in tweedimensionale ruimtes. In formule-vorm schrijf je het als volgt:

$$\iint_V f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \oint_{\partial V} F(x,y)\mathrm{d}x$$

waar $F(x,y) = f(x,y)dy$. In woorden zegt het dat wanneer we een functie integreren over een oppervlak, we hetzelfde antwoord krijgen als wanneer we de integraal van die functie integreren over de rand van het oppervlak.

Wanneer je iets integreert, doe je dat meestal over $\mathbb{R}^n$, een continue ruimte. Maar over een discrete ruimte is het ook mogelijk om te integreren: de integraal $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ over $\mathbb{N}$ is gelijk aan $\sum_{i=a}^b f(i)$ (simpel gezegd stellen we $\mathrm{d}x = 1$). Bij integreren over een discrete ruimte blijven een aantal eigenschappen van continu integreren gelden, waaronder de stelling van Green. Ik zal enkele toepassingen hiervan binnen de informatica uitleggen.

Een deelverzameling van een array of afbeelding is op verschillende manieren aan te duiden. Een voor de hand liggende manier is om een even grote array S van getallen nemen, waar 1 staat voor "wel in het gebied", en 0 voor "niet in het gebied". Om te vinden wat het oppervlak van dit gebied is, kunnen we er over sommeren: $\sum_{x=0}^{breedte} \sum_{y=0}^{hoogte} S[x,y]$.

Helaas kan het erg veel tijd kosten om alle vakjes apart af te gaan. Als we een gebied hebben in een 10 megapixel foto, dan kost het ongeveer 10 miljoen berekeningen om de oppervlakte van het gebied te vinden. Als we alleen de oppervlakte willen weten, is dat nog wel te doen, maar binnen de beeldverwerking wil men vaak meerdere eigenschappen van een gebied bepalen. Omdat 10 miljoen berekeningen per eigenschap best wel veel is, willen we dit graag op een andere manier oplossen. Dit is waar we de stelling van Green voor gaan gebruiken.

In het geval dat het gebied eindig en samenhangend is, kunnen we het op een andere manier representeren: we geven alleen aan hoe de rand van het gebied er uit ziet. Een lijst die op zo'n manier een gebied omsluit, wordt ook wel een chain code genoemd. Het "T"vormpje uit Tetris kunnen we bijvoorbeeld als volgt representeren:

```
[r, u, r, d, r, d, l, l, l, u]
```

Waar r staat voor rechts, u voor omhoog, l voor links en d voor omlaag.

Nadat we eenmalig de rand van ons gebied hebben bepaald, kunnen we veel dingen makkelijker uitrekenen. Het uitrekenen van de oppervlakte

$$\sum_{x=0}^{\text{breedte}} \sum_{y=0}^{\text{hoogte}} S[x,y] = \iint_S 1 \, \mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

kunnen we met de stelling van Green vereenvoudigen tot het berekenen van $\oint_{\partial S} y\mathrm{d}x$. Op eenzelfde manier wordt ook het uitrekenen van andere eigenschappen, zoals het zwaartepunt of het traagheidsmoment, makkelijker. Het algoritme om zo een integraal uit te rekenen is als volgt:

```
Stel y=0, resultaat=0.
Voor ieder element x in de chain code {
  Als x = r \\dx is hier 1
    resultaat = resultaat + y
  Als x = l \\dx is hier −1
    resultaat = resultaat − y
  Als x = u
    y = y + 1
  Als x = d
    y = y − 1
}
```

Niet alles wordt makkelijker te berekenen door de figuur uit te drukken met chain codes. Kijken of een gegeven punt (a,b) in het gebied zit, is niet meer zo makkelijk als $S[a,b] == 1$. Gelukkig biedt de stelling van Green ook hier een uitkomst voor het vinden van een mooi algoritme. We kunnen dit probleem namelijk wiskundig uitdrukken als $\iint_S f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y == 1$, waar f wordt gegeven door:

$$f(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{als } (x,y) = (a,b) \\ 0 & \text{anders} \end{cases}$$

Hier passen we dan weer de stelling van Green toe, en weten we dat we hetzelfde resultaat kunnen vinden door het berekenen van $\oint_{\partial S} F(x,y)\mathrm{d}x == 1$, waar F gekozen is zo dat f een partiële afgeleide van F is:

$$F(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{als } x = a \text{ en } y \geq b \\ 0 & \text{anders} \end{cases}$$

Zo kan een stelling uit de infinitesimaalrekening dus helpen met het vinden van algoritmes in de informatica. Als je hier meer over wilt lezen, zijn hier nog twee artikelen:

1. *Tang, Gregory Y. "A discrete version of Green's theorem." Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on 3 (1982): 242-249.*

2. *Brlek, Srecko, Gilbert Labelle, en Annie Lacasse. "The discrete Green theorem and some applications in discrete geometry." Theoretical Computer Science 346.2 (2005): 200-225.*


PEOPLE
DRIVE
TECHNOLOGY
Wil jij jezelf na je studie continu blijven ontwikkelen en tegelijk de meest uitdagende projecten doen binnen jouw expertise?
Bij TMC krijg je veel vrijheid en verantwoordelijkheid en stimuleren we jouw ondernemerschap. Bovendien word je door ons gecoacht zodat je altijd het beste uit jezelf kan halen. Daarom zoeken opdrachtgevers uit de High-Tech, R&D, Life Sciences & Healthcare, Chemical- & Process Industry én Automotive al 15 jaar de beste hoogopgeleide ingenieurs bij TMC voor de meest vooruitstrevende projecten.
Wil je meer weten? Kijk op onze website, bel ons op nummer 040 239 22 60 of e-mail naar info@tmc.nl voor een kennismaking!
TMC
WWW.TMCPORCH.COM
PEOPLE // DRIVE // TECHNOLOGY

De Fotostrip