

VAK idioot



Studievereniging A-Eskwadraat

Jaargang 13/14 Nummer 5



A	-	E	s	k	w
a	d	r	a	a	t

Maat

In dit nummer

VAKartikelen

idiotartikelen

	2 Van de voorzitter
Wachtwoorden veilig opslaan	3	
<i>Tom Tervoort</i>		
	8	... Reisverslag naar onze zuiderburen
Stapelen tot op nanometer nauwkeurigheid.....	10	
<i>ASML</i>		
Wiskunde verhalen voor bij het slapen gaan	12	
<i>Babette de Wolff</i>		
	14 Bubbelfoetbal
	15 Medezeggenschap
Stephen Hawking.....	16	
<i>Eveline Visée</i>		
Measure Theory	19	
<i>Eveline Visée</i>		
	21 Hoe krijg ik de langste...
<i>Rubato of alla misura?</i>	22	
<i>prof. dr. Frans Oort</i>		
Tipping point!.....	28	
<i>Claudia Wieners</i>		

Colofon

datum uitgave: 20 mei 2014

oplage: 1800

deadline volgend nummer:

25 mei 2014

De Vakidoot is een uitgave van:
Studievereniging A-Eskwadraat
Princetonplein 5
3584 CC Utrecht
tel: (030) 253 4499
fax: (030) 253 5787
e-mail: vakid@a-eskwadraat.nl

redactie:

Abe Wits
Angelo Mekenkamp
Babette de Wolff
Chun Fei Lung (eindredactie)
Claudia Wieners
Emile Broeders
Eveline Visee
Harm Backx
Leroy op den Kelder
Suze Bloks

Met dank aan:

ASML
Jolien Marsman
Monique Dorrenstein
Tom Tervoort
Frans Oort

Redactioneel



Bij voorbaat mijn excuses aan de vele autisten die onze vereniging volgens stereotypes rijk zou moeten zijn: de foto die je anderhalf jaar lang hebt gezien als je de Vakidoot opensloeg is veranderd, evenals de hoofdredacteur zelf. Zoals Lars in zijn laatste redactioneel al aankondigde, heb ik de spreekwoordelijke voorzittershamer van hem overgenomen (mij een echte geven is gevaarlijk). Natuurlijk wil ik Lars bedanken voor zijn trouwe dienst aan dit vrolijke blad en hem veel succes wensen met de rest van zijn studie. We hebben anderhalf jaar met plezier onder zijn leiding gewerkt.

Even kort voorstellen: Ik ben Harm, tweedejaars TWIN-student, geboren in Brabant, opgegroeid in Friesland en in het bezit van een aantal uit de hand gelopen hobby's. Dit voorzitterschap en mijn studie zijn slechts twee voorbeelden.

En naast redactieleden dreigen te ontvoeren als ze niet opschieten met hun stukjes en zorgen dat diezelfde redactieleden niet door elkaar kwebbelen bij vergaderingen moet ik hier dus ook spreekwoordelijk in de pen klimmen (pennen gaan nog wel, maar mij laten klimmen is wederom gevaarlijk). Ik kan je allemaal vragen gaan stellen als “hoe lang is een gemiddeld hagelslagje?” en “hoeveel procenten van de HEMA-taarten zijn slagroomtaart?” (ik heb honger op het moment van schrijven) en dan zeggen “deze Vakidoot gaat over maat en dus kun je dat hier vinden!” Nu heeft deze Vakidoot inderdaad als thema Maat, maar de antwoorden op deze vragen ga je niet kunnen vinden. Nu heb ik waarschijnlijk in elk geval één van de volgende dingen bereikt: of je hebt honger, of je vraagt je dit nu oprecht af. Ik nodig iedereen die benieuwd is uit om het zelf uit te gaan zoeken en als je honger hebt, geef ik je als tip te gaan eten. Als je nu echter ook benieuwd bent geworden naar wat je wel kunt vinden in deze editie zou ik snel de bladzijde omslaan, want ik beloof je dat de rest informatiever is dan dit voorwoord.

Harm Backx
voorzitter **VAKidoot**

Van de voorzitter

Als bestuurslid komt het regelmatig voor dat je moet uitleggen wat een studievereniging eigenlijk is. Wat je dan precies vertelt, hangt vaak grotendeels af van de situatie; je praat met een achterneef op een familiefeestje, een dronken Ier in de kroeg of een groepje meelopers in het BBG. Bij dezen een poging het doel van A-Eskwadraat uiteen te zetten.

Een grote groep mensen begint elk jaar in Utrecht aan een studie wiskunde, natuurkunde, informatica, informatiekunde, gametechnologie, wiskunde en toepassingen, of een combinatie van twee (of in een zeldzaam geval drie) van deze studies. Eerst kennen ze elkaar niet, maar als je vreemdelingen met een gemeenschappelijke interesse 20–40 uur per week samen laat studeren, dan komt hier snel verandering in. En dat is van belang; als je samen studeert kan je elkaar helpen met een moeilijke inleveropgave, kan je elkaar motiveren door te praten over de stof en kan je samen gezellige dingen doen die het studentenleven divers en daardoor leuk houden.

Er zijn aspecten aan de natuurlijke groepsvorming die beter kunnen. Het vormen van vriendengroepen kost tijd, en dat terwijl je die contacten juist aan het begin van je studie goed kan gebruiken. Er bestaat altijd een kans dat een paar mensen die niet zo snel vanuit zichzelf contact leggen buiten de boot vallen. De vriendengroepen zullen zich meestal beperken tot één studie of zelfs één werkcollegegroep. En mensen zullen waarschijnlijk niet vanzelf een leuk uitje organiseren voor hun studiegenoten, samen boeken kopen om geld en moeite te besparen of een kroeg afhuren om samen te borrelen. Het doel van een studievereniging is dus eigenlijk heel eenvoudig; zorgen dat mensen meer uit hun studie en studentenleven halen. Je zou de manier waarop A-Eskwadraat georganiseerd is vanzelfsprekend kunnen vinden, maar dat is eigenlijk niet het geval. Uiteindelijk is het gewoon een groep mensen met goede bedoelingen. Vergeet niet het doel, en probeer af en toe te bedenken wat een vereniging nog meer zou kunnen betekenen! Ik spreek je graag over je bevindingen.

Afgelopen Van De Voorzitter heb ik de leden van A-Eskwadraat gevraagd een mooie tekening in te sturen. Hier rechts de winnende inzending van Loes Rutten. Ze wint een Mars t.w.v. 50 eurocent Van De Voorzitter, gefeliciteerd!



Abe Wits

Wachtwoorden veilig opslaan

Door: Tom Tervoort

Online moet je jezelf constant *authenticeren*: bewijzen dat jij daadwerkelijk bent wie jij zegt dat je bent. Dat is maar goed ook, want je wilt waarschijnlijk graag het internet gebruiken om je e-mails te lezen, je Facebook-pagina te updaten en je geld over te maken, maar natuurlijk zonder dat anderen ook aan je e-mails, Facebook-account of bankrekening kunnen zitten. Daarom moet je constant een machine (bijvoorbeeld een server die aan de andere kant van de wereld staat) er van kunnen overtuigen dat jij je niet als iemand anders voordoot.

De meest voorkomende manier om online je identiteit te bewijzen, is het opgeven van een wachtwoord: een unieke, geheime zin of lettercombinatie die alleen jij en niemand anders kent, en die je via een toetsenbord kunt invoeren om ergens in te loggen. Bijna iedereen heeft wel één of meerdere wachtwoorden die zij constant gebruiken om op een veilige manier het internet te kunnen gebruiken.

Wachtwoorden stelen

Een groot probleem met wachtwoorden is dat een machine op de één of andere manier moet kunnen testen of het wachtwoord dat iemand opgeeft, wel correct is. Om dit te doen, kan het wachtwoord van iedere gebruiker simpelweg in een database opgeslagen worden. De inhoud van databases wil echter, vanwege diefstal, stomme fouten en/of hacks nog wel eens uitlekken, en dan liggen de wachtwoorden van al je gebruikers op straat.

Op het eerste gezicht lijkt dit niet zo'n probleem: als een database of server gehackt is, kan alle gevoelige informatie die door dat systeem wordt beheerd, al gestolen of aangepast worden; het is niet heel nuttig meer om je vervolgens op hetzelfde systeem als andere gebruikers voor te doen door hun wachtwoorden in te vullen. Als je erachter komt dat je gehackt

bent, kun je het beste alle gebruikers dwingen om zo snel mogelijk hun wachtwoorden te veranderen, maar op dat moment is voor de hackers de buit al binnen.

De meeste mensen hebben echter accounts bij veel verschillende services. Zo veel dat het niet meer mogelijk is om voor elke website een uniek wachtwoord te onthouden. Als je dit toch wilt, zou je bijvoorbeeld jouw wachtwoorden ergens kunnen opschrijven, een *password manager* kunnen gebruiken of slimme ezelsbruggetjes kunnen verzinnen. Deze methoden hebben echter allemaal zo hun voor- en nadelen, en in de praktijk doen de meesten dit simpelweg niet.

Omdat velen dus hetzelfde wachtwoord gebruiken voor zowel de website van de pizzabakker om de hoek als voor hun Paypal-account, wordt het opeens waardevol om de wachtwoordendatabase van de pizzaboer te hacken, zodat je als iemand anders bij Paypal kunt inloggen zonder hun veel betere beveiliging te hoeven omzeilen.

Wachtwoorden zijn dus waardevol, en worden daarom massaal gestolen. Constant komen er dit soort hacks in het nieuws, en dat is vaak geen beste reclame voor het bedrijf. Bovendien kun-

nen ze heel veel geld kosten: Sony zegt 171 miljoen dollar verloren te hebben na een grote hack van het Playstation Network. Volgens een studie van Symantec kost het gemiddelde datalek een bedrijf 5,5 miljoen dollar, voornamelijk vanwege reputatieschade en de kosten om klanten op de hoogte te brengen van hun gestolen wachtwoorden.

Zwarte dozen en éénrichtingsfuncties

Wachtwoorden zijn dus waardevol, waarschijnlijk zelfs waardevoller dan wat er verder in je database te vinden is. Door ze op te slaan neem je dus een groot risico, maar andere manieren van authenticatie zijn vaak te onpraktisch voor jezelf of je gebruikers. Daarom zou het mooi zijn als je gebruikers gewoon via wachtwoorden zou kunnen laten inloggen, zonder deze wachtwoorden letterlijk op te hoeven slaan.

Idealiter zou je als systeembeheerder een soort virtuele *black box* willen hebben met twee lampjes erop. Vervolgens zou je daar een gebruikersnaam en een wachtwoord in kunnen stoppen: wanneer het wachtwoord klopt, gaat het groene lichtje branden en in alle andere gevallen het rode licht. Als vervolgens iemand deze doos zou stelen moeten zij niet in staat zijn om hem open te breken en het wachtwoord te leren; ze kunnen er alleen zelf wachtwoorden instoppen en kijken welk lampje brandt.

Met zo'n zwarte doos hoeft je als systeembeheer helemaal niet de exacte wachtwoorden van je gebruikers te kennen: wanneer iemand inlogt geef je alleen de gegevens door aan de doos, zonder ook maar iets van het wachtwoord op te slaan. Als iemand vervolgens zijn wachtwoord vergeet, kun je deze naar iets willekeurig resetten en de gebruiker e-mailen met de vraag het wachtwoord weer te veran-

deren. Wat er oorspronkelijk als wachtwoord is bedacht, hoeft jij niet te weten.

De vraag luidt nu hoe je, het liefst in software, zo'n theoretische black box zou kunnen simuleren. Hoe kun je een orakel opslaan dat je vertelt of een wachtwoord juist is zonder het wachtwoord zelf op te slaan? Een oplossing hiervoor is het gebruik van een *one-way function*: een functie H die een reeks bits in een andere reeks bits transformeert, met als eigenschap dat je voor elke x gemakkelijk $H(x)$ uit kan rekenen, maar dat het praktisch ondoenlijk is om uit een functie-uitvoer $H(x)$ de oorspronkelijke x weer te herleiden. Echter moet wel gelden dat twee verschillende invoeren (met hoge waarschijnlijkheid) niet naar dezelfde uitvoer leiden. Om dit voor wachtwoorden te gebruiken, kun je tijdens de registratie van een gebruiker $H(\text{wachtwoord})$ uitrekenen en opslaan, en vervolgens bij elke inlogpoging testen of $H(\text{gegeven-wachtwoord})$ gelijk is aan $H(\text{wachtwoord})$.

In het begin van de jaren '70 werd zo'n functie al voor wachtwoordbescherming gebruikt in het Unix-besturingssysteem. Zij gebruikten hiervoor een systeem dat gebaseerd is op een coderingsmachine die het Amerikaanse leger in de Tweede Wereldoorlog gebruikte. Een paar jaar later werd overgestapt op een functie die gebruik maakt van het populaire versleutelingsalgoritme DES.

Tegenwoordig gebruikt men *cryptografische hashfuncties*. Deze ingewikkelde algoritmes, die elke invoer transformeren naar een ongerelateerde en willekeurige uitvoer (een *hash*), bezitten onder andere deze éénrichtingseigenschap. Van een degelijke hashfunctie is te verwachten dat de komende decennia niemand erin zou slagen om in ook maar n geval deze eigenschap te verbreken. Probleem opgelost! Of toch niet?

Brute kracht en regenboogtabellen

Nog een probleem met wachtwoorden is dat mensen vaak dingen kiezen die gemakkelijk te raden zijn: bijvoorbeeld een woord uit het woordenboek, de naam van een bekende of iets met een geboortedatum. Om nog maar te zwijgen over populaire wachtwoorden als “123456” of “password”.

Als een hacker nu een wachtwoordhash zou bemachtigen, kan deze simpelweg veelvoorkomende wachtwoorden blijven uitproberen totdat de juiste is gevonden. Dit heet een *brute-force attack* en is erg effectief zijn omdat dit triviaal geparalleliseerd kan worden. Bovendien zijn hashfuncties ontworpen om erg snel berekenbaar te zijn, waardoor er veel pogingen kunnen worden gedaan.

Bovendien is het niet eens nodig om elk wachtwoord opnieuw te proberen te kraken: je zou een enorme database van wachtwoordhashes en bijbehorende wachtwoorden kunnen opbouwen en hier in kunnen zoeken.

Zo'n database zou echter in de praktijk veel te groot zijn, en brute kracht neemt vaak nog steeds te veel tijd in beslag. Er is echter ook een slimme oplossing die een compromis vormt tussen tijd- en ruimtegebruik: de zogenaamde *rainbow tables*.

Een regenboogtabel wordt opgebouwd door eerst een hoop willekeurige wachtwoorden uit een beperkte verzameling te trekken (bijvoorbeeld alle alfanumerieke tekenreeksen van zes letters, of woorden uit het woordenboek die op bepaalde manieren gecombineerd of gemuteerd kunnen zijn) en deze vervolgens te hashen; hierna wordt een *reductiefunctie* toegepast die de willekeurig-achtige lange bitreeks die uit een hashfunctie rolt, vertaalt naar een lid van deze wachtwoord-

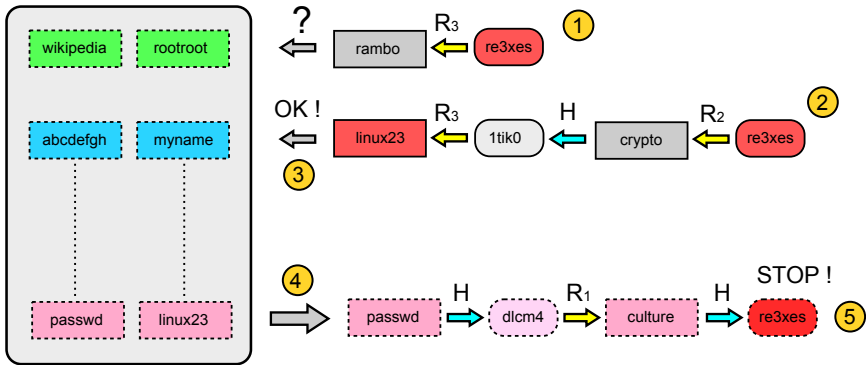
verzameling. Deze nieuwe wachtwoorden worden niet opgeslagen maar verder ge-hasht en gereduceerd totdat een *hashketen* van een bepaalde lengte is opgebouwd. De wachtwoorden aan het begin en het einde van de keten worden opgeslagen, de rest niet.

Vervolgens kun je een te kraken hash reduceren tot een wachtwoord en deze vergelijken met de eindpunten in de tabel. Als die er niet in zit, kun je een hashketen vanuit dit wachtwoord opbouwen totdat je iets bereikt dat wel als eindpunt (“passwd” in de afbeelding) in de tabel blijkt te zitten. Je hebt nu een keten $H(??) \rightarrow \dots \rightarrow \text{passwd}$. Omdat deze keten eindigt met “passwd”, zal deze waarschijnlijk overeenkomen met de keten waaruit je tijdens de opbouw fase passwd afleidde, en omdat je het beginpunt dat bij passwd hoort hebt opgeslagen (hier “wikipedia”), kun je deze keten opnieuw opbouwen. Kijk vervolgens wat er zich net voor $H(??)$ in de herbouwde keten bevindt, en je hebt het wachtwoord gevonden!

Rainbow tables zijn niet compleet: er kunnen wachtwoorden zijn die niet in de tabel zitten. Ze zijn in de praktijk echter erg effectief op databases van hashes en kunnen vaak hoge percentages van de wachtwoorden terughalen.

Langzame, gezouten hashes

De rainbow table-aanval is eigenlijk heel makkelijk tegen gaan: voeg simpelweg een zogenaamde *salt* toe aan het wachtwoord voordat je deze door de hashfunctie haalt. Dit zout bestaat enkel uit een willekeurig gegenereerde lange tekenreeks die je naast de hash in je database kan bewaren (deze waarde hoeft niet geheim te zijn!). Rainbow tables werken alleen op wachtwoorden die in een relatief kleine verzameling zitten; de willekeurige salts



Figuur 1: Een wachtwoordhash terugdraaien met een rainbow table

kunnen deze verzameling echter zodanig vergroten dat deze tabellen helemaal geen zin meer hebben.

Salts zullen je echter niet tegen een brute-kraachtaanval beschermen. Zelfs de theoretische zwarte dozen zijn hier vatbaar voor, tenzij je deze dozen intentioneel langzaam zou kunnen maken. Als het altijd 100 milliseconden zou duren voordat het metaforische rode of groene licht gaat branden, zal de gebruiker tijdens het inloggen niets merken, maar een groot volume aan wachtwoorden uitproberen op elke gebruiker zal veel te tijdrovend worden.

Om dit effect met hashfuncties te kunnen bereiken, kun je een wachtwoordhash simpelweg nog een keer hashen, en dan nog een paar duizend keer. Zolang je een geschikt aantal iteraties kiest, kun je zo van een snelle hashfunctie een langzame hashfunctie maken, al moet je wel opletten dat er geen *shortcut* bestaat waarmee een aanvaller iteraties zou kunnen overslaan. Dit idee wordt toegepast door de bcrypt- en PBKDF-constructies.

Een probleem met dit soort langzame hashfuncties is echter dat ze voor de aan-

valler een stuk minder langzaam kunnen zijn dan voor jou. De meeste hashfuncties zijn namelijk een stuk sneller uit te voeren op een grafische kaart of gespecialiseerde hardware (zoals de ASIC-chips die bitcoin miners gebruiken). Omdat de gemiddelde webserver niet over deze hardware beschikt, maar de aanvaller wel, moet het aantal iteraties flink opgeschroefd worden. Aangezien de server misschien grote hoeveelheden inloggende gebruikers moet afhandelen, kunnen de hashfuncties nu onacceptabel traag worden.

Geheugen is langzaam vooriedereen

Lezen van of schrijven naar het geheugen is een orde van grootte langzamer dan berekeningen uitvoeren op een processor. Omdat je vaak kleine stukken geheugen veel hergebruikt, kun je die in een snelle, maar kleine *cache* stoppen; een applicatie die echter een groot stuk geheugen in zijn geheel moet gebruiken, is daar echter veel tijd aan kwijt.

Voor de gemiddelde programmeur is dit erg irritant, maar voor het maken van een langzame hashfunctie komt deze eigenschap goed uit. Bovendien is geheugen meestal niet iets waar servers tekort aan hebben en (heel belangrijk) bestaan er op

dit moment geen technieken om geheugen te maken dat significant veel sneller leest of schrijft dan wat er in de gemiddelde PC zit.

Als de snelheidsbottleneck van een hash-functie daarom bij het bereiken van het geheugen zit, zou je zo'n functie kunnen maken die voor jou ongeveer even langzaam is als voor de hacker, en dus erg geschikt is voor het hashen van wachtwoorden.

KDF	6 letters	8 letters	8 chars	10 chars	40-char text	80-char text
DES CRYPT	<\$1	<\$1	<\$1	<\$1	<\$1	<\$1
MD5	<\$1	<\$1	<\$1	\$1.1k	\$1	\$1.5T
MD5 CRYPT	<\$1	<\$1	\$130	\$1.1M	\$1.4k	\$1.5 × 10 ¹⁵
PBKDF2 (100 ms)	<\$1	<\$1	\$18k	\$160M	\$200k	\$2.2 × 10 ¹⁷
bcrypt (95 ms)	<\$1	\$4	\$130k	\$1.2B	\$1.5M	\$48B
scrypt (64 ms)	<\$1	\$150	\$4.8M	\$43B	\$52M	\$6 × 10 ¹⁹
PBKDF2 (5.0 s)	<\$1	\$29	\$920k	\$8.3B	\$10M	\$11 × 10 ¹⁸
bcrypt (3.0 s)	<\$1	\$130	\$4.3M	\$39B	\$47M	\$1.5T
scrypt (3.8 s)	\$900	\$610k	\$19B	\$175T	\$210B	\$2.3 × 10 ²³

Table 1: Uit het scrypt-paper (2009): geschatte kosten van het kraken van een wachtwoord binnen één jaar met verschillende wachtwoordhashers

Een implementatie hiervan is *scrypt*, een methode die een (snelle) wachtwoordhash uitrekt tot vele kilo- of megabytes, en vervolgens op onvoorspelbare manier stukjes hieruit terug zoekt en hergebruikt, zodanig dat al deze data tegelijkertijd in het geheugen opgeslagen moet zijn.

Het geheugengebruik van *scrypt* is te configureren en aan systeembeheerders is het de taak een goede afweging te maken tussen snelheid en veiligheid.

De toekomst

Scrypt is op dit moment de state-of-the-art en de meest geschikte standaardmethode om wachtwoorden op te slaan. Het is echter nog verre van perfect, omdat op grote schaal *scrypt* gebruiken logischerwijs geheugen vreet en daardoor misschien niet altijd geschikt is. Om deze reden is een team wetenschappers een competitie gestart voor een ontwerp van een innovatieve, nog effectievere hashing-methode voor wachtwoorden. Dit is vergelijkbaar met de AES-competitie uit 2001 die het populaire versleutelingsalgoritme met dezelfde naam opleverde.

Op het moment zou het echter al erg helpen als meer bedrijven de nieuwere methoden zouden hanteren. Nog te vaak worden wachtwoorden direct opgeslagen of enkel als snelle, ongezuurde hash. Deze bedrijven zouden zich een hoop ellende kunnen besparen door over te stappen op een modernere methode.

Reisverslag naar onze zuiderburen

Vroeg, heel erg vroeg, moesten we ons verzamelen voor het BBG. Om 8 uur op de parkeerplaats stonden 4 busjes klaar om ons naar Brussel te brengen. Na alle spullen in te hebben gepakt en iedereen was ingestapt, vertrokken we met als eerste halte Doel. Doel de spookstad zoals de verhalen rond gingen.

Na een reis van ongeveer 2 uur kwamen we aan in Doel. Inderdaad, de stad was bijna helemaal verlaten. In de stad deden we een speurtocht met vragen en opdrachten. Iedereen kreeg ook nog een envelop met foto's van plekken die we terug moesten vinden in de stad. Het is heel onrealistisch om door zo'n verlaten stad rond te lopen, in enkele huizen wonen nog maar mensen. Na het spel lunchen bij de busjes en toen door naar de kerncentrale. De koeltorens van de kerncentrale kon je al vanaf Doel zien. In de kerncentrale kregen we eerst een presentatie over het energiebedrijf Electrabel met hun fantastische reclame met daarin een hond die een feestje geeft. Daarna kregen we nog uitleg over de werking van de kerncentrale waarna er eindelijk een rondleiding werd gegeven over het terrein. Na een gratis drankje in de kantine vertrokken we richting de camping in Brussel. Daar kon iedereen zijn tent opzetten en in een 'clubhuis' zitten waarna er pizza's aan kwamen. Na nog wat spelletjes te hebben gespeeld ging iedereen naar bed. De volgende ochtend was het vroeg opstaan, om 7 uur! Om dan te vertrekken met de busjes naar het metrostation. Na het parkeren van de busjes namen we de tram het centrum van Brussel in. Als eerste in onze dag met allemaal Europese bezoeken gingen we naar het Parlementarium. Het Parlementarium was een museum over het ontstaan van Europa en alle organen die daar bij horen.

Na het museum gingen we door naar de Committee of the Regions, hier kregen we een presentatie van Tom Smedt, een medewerker. We zaten in een supercoole vergaderzaal (zie de foto) met allemaal een schermje en microfoons en achter ons waren er ruimtes voor de tolken. De Committee of the Regions is een orgaan dat zich richt op de regio's die te maken krijgen met de nieuwe wetten. Zij overleggen eerst over de wetsvoorstellen en geven dan advies aan het Europees Parlement. Verder gaf Tom zijn 4 favoriete biertjes, die me helaas ontschooten zijn.



Na een mooie afsluiting gingen we lunchen in het park, wat echt heerlijk was omdat het prachtig weer was. De jassen gingen uit en binnen een korte tijd lag iedereen te genieten op het gras. De tijd ging snel voorbij en we moesten al weer verder, op

naar de Europese Commissie. Na weer door een metaaldetectorpoortje te zijn gegaan moesten we naar zaal waar een tas, kladblok, pen en een boekje over de Europese Commissie voor ons klaar lagen. Toen kregen we een presentatie over de taken van de Europese Commissie en wat deze doet. Na de presentatie was er een korte pauze voor koffie en thee. Hierna kregen we een praatje van Stephen Pearson, een Britse man, die vertelde over de Digitale Agenda en over zijn liefde voor voetbal en cricket. Na deze interessante en leuke presentatie waarin zijn hobby's uitgebreid aan bod kwamen, vertrokken we de stad in, waarin iedereen de tijd kreeg om zelf ergens te gaan eten. Ik heb zelf genoten van een visje in een restaurant ergens in de stad.



Om half 9 hadden we weer afgesproken op het plein voor de kroegtocht. Na een mooie groepsfoto met smurfen die voorbij kwamen en ook met ons op de foto wilden, vertrokken we naar de eerste kroeg waarna we naar een cocktailbar en daarna naar een Ierse pub gingen. In de Ierse pub genoten de meeste mensen van een biertje, waarna opeens Simon een gebroken bril had een een snee op zijn neus, die bleef bloeden. Het was tijd om terug te gaan naar de camping. Na een lange rit met de metro kwamen we aan op de parkeerplaats waar maar 2 van de 4 busjes bleken te staan, de andere waren verdwenen. Iedereen werd naar de camping gebracht, en Simon ging zelfs naar het ziekenhuis. Het was een interessante avond. Gelukkig hadden we om 4 uur snachts alle busjes weer op de camping staan en werden de mensen ook opgehaald uit het ziekenhuis. De volgende ochtend stond er een stadswandeling op het programma, waarna iedereen zelf kon lunchen in de stad. Hierna vertrokken we naar een chocoladefabriek waar ze lieten zien hoe je met de chocolade moest om gaan, en mochten we veel proeven. De chocolade was heerlijk. Toen gingen we met de tram naar de andere kant van de stad om naar een geweldig restaurant te gaan waar we echt Brusselse gerechten konden krijgen zoals haas, en waren er bijzondere bieren. Als laatste van de reis naar Brussel gingen we naar het Atomium waarna we vervolgens weer terug naar huis keerden. Een geslaagde reis zou ik zeggen!

Monique Dorrenstein

Stapelen tot op nanometer nauwkeurigheid

Door: ASML

Recht vanuit zijn studie (TU/e), stapte Patrick Neefs aan boord bij ASML. In dit concern werken dagelijks 7.000 mensen aan zeer geavanceerde lithografieapparaten voor de productie van computerchips. ASML levert zijn apparatuur aan alle grote chipproducenten ter wereld, waaronder Intel en Samsung. Patrick houdt zich bezig met Overlay, oftewel hoe nauwkeurig de machine in staat is de functionele lagen op een chip te 'stapelen'. Hoe is het zover gekomen? Wat doet Patrick precies hoe bevalt het?

Patrick: "Ik heb de afstudeerrichting Dynamics & Control gedaan in een bijzonder onderzoeksproject: het synchronisatiegedrag van zenuwcellen in netwerken." Dat behoeft wellicht wat uitleg. Hersenen en het lichaam zitten vol zenuwcellen. Die geven individueel stroompjes af, maar onder bepaalde condities ook in clusters (gesynchroniseerd). Bij de medische wetenschap bestaat het beeld dat synchronisatie van zenuwcellen gerelateerd kan zijn aan bepaalde ziektes zoals Alzheimer en epilepsie. Patrick: "Een zenuwcel kun je beschrijven met niet-lineaire differentiaalvergelijkingen en dat is het raakvlak met mijn studie. Met deze vergelijkingen kun je zowel het gedrag van een enkele zenuwcel als dat van een netwerk simuleren. Dit wordt echter tijdrovend voor grote netwerken. Een real-time experimentele opstelling biedt op dit punt uitkomst. Ik heb daartoe het wiskundig model omgezet naar een elektronisch equivalent. Daar kwamen leuke resultaten uit. Ik vond het bijzonder boeiend om theorie zo met de praktijkkant te kunnen verbinden."

Solliciteren

Patrick: "In december 2009 ben ik afgestudeerd en net na de kerst ben ik gaan solliciteren. Een vriend raadde me aan mijn CV op Monsterboard te zetten. Al snel werd ik gebeld door Orion Engineering in Eindhoven, een bedrijf dat

mensen detacheert bij ASML. Ze hadden maar liefst vier ASML-vacatures voor me. Uiteindelijk heb ik na gesprekken op een vijfde vacature gesolliciteerd, die had een mooie match met mijn CV en afstudeerproject. Ik zocht opnieuw zo'n koppeling tussen theorie en praktijk. ASML was enthousiast en hier ben ik."

Een nano-flatgebouw

De machines van ASML zijn bijzonder geavanceerd. Zo is het bedrijf in staat om met de nieuwste generatie machines lijnen en afbeeldingen te printen van slechts 20 nanometer. De machines worden opgebouwd uit diverse modules met elk hun eigen requirements. Naast de groepen die zich buigen over een specifieke module, heeft de machine als geheel ook een aantal eisen, bijvoorbeeld in productiviteit en resolutie. Patrick: "Ik zit in team Overlay dat zich bezighoudt met de positioneringnauwkeurigheid van de verschillende lagen op een chip. Stel je wilt een flatgebouw neerzetten van 30 verdiepingen (vergelijkbaar met het aantal lagen waaruit een chip is opgebouwd) en in het midden van die flat moet een liftschacht komen. Dan moeten die verdiepingen met een bepaalde nauwkeurigheid op elkaar staan. Dat doen we ook bij Overlay. De lagen op de chip moeten tenslotte contact kunnen maken."

Data-analyse

Patrick: “Team Overlay zit helemaal aan het eind van het productietraject. Als alle modules opgeleverd zijn, gaan wij tests draaien om te zien of alles naar behoren werkt en de gewenste precisie wordt gehaald. In het ideale geval is dat zo, maar negen van de tien keer moeten we nog wat aanpassen, afstellen of verbeteren. Wij halen de data uit de machine en gaan die analyseren. Dat doen we bijvoorbeeld met (zelfontwikkelde) modelleertechnieken. Uit de data herleiden wij waar de fout zit en dan gaan we met de betreffende groep aan de slag om het op te lossen.”

Groot en klein

Patrick: “Het werk en ASML als bedrijf bevallen me ontzettend goed. Voordat ik hier kwam had ik geen echte werkervaring. Ik wilde eigenlijk wel bij een klein bedrijf werken waar je persoonlijk contact hebt en een informele sfeer. Maar ondanks dat ASML een ontzettend groot

bedrijf is, vind ik dat juist ook hier terug. We hebben een eigen groep en draaien daarnaast in een aantal projectteams. Zodoende ken ik mijn collega’s goed en heb ik bovendien de gelegenheid om veel nieuwe mensen te leren kennen. Het leuke van ASML is ook de flexibiliteit. Het werk moet natuurlijk op tijd af zijn, maar je kunt het veelal zelf indelen. Ik begin vaak vroeg en houd wat eerder op. Zo kan ik voor de files weg en op tijd thuis zijn.”

Toekomst

Patrick: “ASML is een prachtig bedrijf met een ontzettend grote uitdaging. Samen maken we de Wet van Moore waar (iedere 24 maanden verdubbelt de transistorcapaciteit van een chip). Er zijn nog heel veel technologische uitdagingen bij ASML waar ik mijn ei in kwijt kan. Daarnaast zijn er genoeg ontwikkelingsmogelijkheden. Op technisch vlak, richting projectmanagement of leidinggeven. Hoe de toekomst er precies uitziet, weet ik nog niet, maar voorlopig zit ik hier helemaal op mijn plek.”

Wiskundeverhalen voor bij het slapen gaan

Door: Babette de Wolff

In deze rubriek zijn we niet alleen op zoek naar een vak, maar lezen we zo nu en dan ook nog wel een boek. Wat me altijd opvalt wanneer je bij de sectie ‘wetenschap’ van een boekhandel staat (voor zover die boekhandels niet failliet of gesloten zijn), is dat er de wereld aan populair-wetenschappelijke boeken over bètawetenschappen bestaat, veel meer dan over vakgebieden als, zeg, communicatiewetenschappen. Mijn hypothese (die in dit artikel niet getoetst zal worden) is dat bèta vaak wel tot de verbeelding spreekt, maar ofwel als moeilijk wordt gezien, ofwel specifieke voorkennis vereist, waardoor er sneller naar een populair-wetenschappelijk werk wordt gegrepen.

Afgezien van het hoe en waarom van de aanwezigheid van boeken over bèta, worden we er natuurlijk ook gewoon blij van. Van de vele populair-wetenschappelijke boeken zal ik er in deze rubriek daarom twee bespreken. Niet zozeer in een poging een diepgravende en grensverleggende recensie te schrijven, maar wel in de hoop je op een idee te brengen voor een tijdverdrijf anders dan Facebook ;)

Fermat's Last Theorem

Een klassieker in het genre is natuurlijk Fermat's Last Theorem van Simon Singh. Het wiskundige verhaal waar dit boek over gaat is an sich al wereldberoemd: de Fransman Fermat, die eigenlijk gespecialiseerd was in rechten, maar als een soort fanatieke hobbyist ook aan wiskunde deed, was in 1637 een boek over wiskunde aan het lezen. Vervolgens kladde hij in de kantlijn dat hij het bewijs had voor de volgende stelling: er zijn geen positieve, gehele getallen a , b en c die aan de vergelijking $a^n + b^n = c^n$ voldoen voor $n > 2$ (en $n \in \mathbb{N}$). Fermat schreef dat hij een erg elegant bewijs hiervoor had, maar dat de kantlijn niet groot genoeg was om dit bewijs te bevatten. En dat bleek vrij vervelend, want vervolgens zijn generaties wiskundigen niet in staat geweest om zijn bewijs te reproduceren. Vandaar dat Fer-

mats aantekening in de marge de boeken in ging (pun not intended) als de laatste stelling van Fermat.



Dat Fermat zijn bewijs niet opschreef, was misschien niet heel handig, maar levert in het boek van Simon Singh wel een spannende ‘wiskundige detective’ op. Hoewel het vermoeden er redelijk simpel uitziet, is het vele ‘grote namen’ van de

wiskunde, zoals bijvoorbeeld Euler, toch niet gelukt om een bewijs te geven. Singh vertelt zowel wat over de levens van de mensen die geprobeerd hebben het bewijs te leveren, wat vaak een mooi inkijkje geeft in ‘het leven van een wiskundige’, maar het boek gaat óók over de wiskundige disciplines en benaderingswijzen die gebruikt zijn in een poging het bewijs te geven. Het uiteindelijke bewijs is namelijk gegeven (spoiler alert!) met recentelijk ontwikkelde wiskunde die Fermat onmogelijk gebruikt kan hebben. Waarmee de ‘whodunnit’ aan het einde van het boek nog niet helemaal is opgelost, want was Fermat zo briljant dat hij een bewijs kon leveren waar verder niemand op gekomen is, of heeft hij gewoon een fout gemaakt?¹

Logicomix: An Epic Search for Truth

Alleen al de ondertitel van dit boek (‘An Epic Search for Truth’) zou het hart van menige wetenschapper inspijeren, maar toch in ieder geval van menig wiskundige, sneller moeten doen kloppen. Deze *graphic novel* (een fancy woord voor een stripboek) lijkt in eerste instantie over de Britse wiskundige en filosoof Bertrand Russell te gaan, die in beide disciplines die hij beoefent ‘op zoek is naar de waarheid’. Het boek gaat zowel over zijn persoonlijke leven als over zijn werk – en in veel gevallen blijken die twee componenten met elkaar verweven. Zo wordt bijvoorbeeld de jeugd van Russell geschetst: een niet erg gezellige tijd, maar ook de tijd waarin hij voor het eerst werd gegrepen door wiskunde.

Belangrijker dan de persoon van Russell, hoe interessant ook, zijn in het boek de grondslagen van de wiskunde waar Russell onderzoek naar doet; in dit deel van het verhaal fungeert Russell meer als een verteller dan als hoofdpersoon. Want Russell en zijn collega’s zijn op zoek naar de waarheid in wiskunde en beseffen zich dat de fundamenten waar de wiskunde op gebouwd zijn, hiervoor van cruciaal belang zijn.

De grondslagen van de wiskunde als onderwerp voor een stripboek is naar mijn mening erg interessant, maar levert ook wat problemen op. Waar Simon Singh in zijn de bijlage van zijn boek nog wat (eenvoudige) bewijzen kan laten zien en op die manier een idee kan geven van de methoden die gebruikt worden door zijn ‘hoofdpersonen’, is de materie die in dit boek behandeld wordt dusdanig complex dat deze inhoudelijk behandelen, vrijwel onmogelijk is. De ontwikkelingen die Russell en zijn collega’s bezighouden worden wel geschetst, maar veel nadruk ligt ook op de emotionele impact die dit alles heeft: de wiskunde wordt na verloop van tijd vrij letterlijk een demon die Russell tot in zijn slaap achtervolgt. Hierbij wordt volop gebruik gemaakt van de (grafische) mogelijkheden van een strip. Daarnaast is het verhaal geschreven in de vorm van een raamvertoning, waarbij de schrijvers zelf aan het woord (en in beeld) komen. Dat is hier vooral een waardevolle toevoeging omdat de schrijvers zichzelf lekker kunnen laten ruziën over welke ingewikkelde dingen ze wel en niet vertellen – en ze op die manier natuurlijk toch vertellen, een oude, maar erg effectieve truc in schrijversland.

¹We kunnen natuurlijk opmerken dat het op z’n minst dubieus is om iets een ‘stelling’ te noemen wanneer het bewijs bij geen levend persoon bekend is en dus moeilijk gecontroleerd kan worden; het laatste vermoeden van Fermat’s zou dan ook een nettere benaming zijn. Helaas is de rest van de wereld niet zo consciëntieus met naamgeving als wiskundigen, dus werd het vermoeden – ook toen niemand het kon bewijzen – consequent de laatste stelling van Fermat genoemd.

Bubbelvoetbal

Voetballen in gigantische bubbels. Met alleen benen die uitsteken door de zaal rennen. Elkaar omduwen, omstoten en ombeuken, opletten dat je zelf overeind blijft en ondertussen proberen om de voetbal in het doel te krijgen. Met een team van zes man nam A-Eskwadraat op vrijdagmiddag 7 maart deel aan deze chaos.

Om half twee kwamen we aan bij Olympos en zagen we de grote luchtbubbels waar we in zouden komen te zitten. Sommigen waren al opgepompt, anderen lagen nog als zoutzakken op de grond. Aangezien het evenement door SP↑N werd georganiseerd, moesten we strijden tegen teams van andere natuurkundestudieverenigingen. Bij de eerste wedstrijd zaten wij nog op de bank. Op het begin van het spel stonden alle vijf spelers van beide teams in hun bubbels bij hun goal. De voetbal lag in het midden van de zaal en er werd afgeteld: ‘5...4...3...2!...1!!’

Na aftellen stormden alle tien spelers naar de bal toe. Iedereen botste tegen elkaar. Benen vlogen de lucht in en spelers probeerden weer overeind te komen. De bal lag nog steeds in het midden, omdat door de grote bubbels en drukte niemand z’n voeten bij de bal kon krijgen. De spelers die overeind waren gebleven konden na dit hilarisch schouwspel een tik geven tegen de bal zodat het spel toch echt op gang kon komen. Hiernaar kijken was leuk, maar zelf meespelen bleek veel leuker toen wij aan de beurt waren.

We zaten in de bubbels, twee lagen plastic scheidden ons van de rest. Het werd lastig om te zien wie wie was. We probeerden elkaar te herkennen aan de kleur van de kleding. We konden maar kort wennen aan onze nieuwe kleding (Ja, zo’n bubbel maakt je dik) en het spel was al begonnen. Al snel ontdekten we de strategie om je tegenstander omver te botsen net vóór je de bal krijgt in plaats van tijdens. Na de eerste wedstrijd gelijk te spelen wonnen we alle andere wedstrijden waardoor de beker, die kapot was gegaan doordat deze te dicht bij het speelveld stond, nu terecht in de A-Eskwadraatkamer staat.

Het was heel leuk om te bubbelvoetballen en hopelijk is het volgend jaar weer. De finale is door ons gefilmd en te vinden op <http://youtu.be/bXX8rQs8oLg>

Angelo Mekenkamp

Medezeggenschap

Dubbele Bachelor Natuurkunde en Scheikunde

Per 1 september 2014 zal er een nieuwe dubbele bachelor Natuurkunde en Scheikunde van start gaan. De afgelopen jaren was dit programma lastig voor elkaar te krijgen aangezien Natuurkunde tot enkele jaren geleden nog semestervakken had en Scheikunde blokvakken. Nu zowel Scheikunde als Natuurkunde blokvakken hebben is het vormgeven van deze dubbele bachelor wel mogelijk. Deze dubbele bachelor zal een ideale voorbereiding zijn op de master Chemistry and Physics.

Herkansingsregeling Natuurkunde weer aangepast

Na de verandering dat het vanaf blok 2 niet meer mogelijk was om te herkansen bij het halen van een cijfer lager dan een 4 is het vanaf de hertentamenweek in maart ook niet meer mogelijk om te herkansen bij het halen van een voldoende voor een vak. Deze regeling geldt alleen voor natuurkundestudenten.

Vernieuwing masterfase

De Universiteit Utrecht is bezig met het vernieuwen van het masteraanbod. Dit heeft verschillende redenen. Op dit moment zijn er veel studenten die na de bachelor een master bij een andere uni-

versiteit gaan doen, maar er zijn maar weinig studenten die speciaal voor een master naar Utrecht komen. De Universiteit Utrecht dreigt een bacheloruniversiteit te worden. Ook voor buitenlandse studenten is de Universiteit Utrecht niet populair. Daarnaast missen studenten de aansluiting van hun master op de arbeidsmarkt. Het masteraanbod wordt gezien als weinig aantrekkelijk en onoverzichtelijk. Met deze vernieuwing van de masterfase wil de universiteit het volgende bereiken:

- Masteraantal terugbrengen tot een overzichtelijk aantal. Het precieze aantal is niet bekend maar elke master moet minimaal 20 studenten hebben. Een programma moet ook minstens drie leerstoelen hebben.
- Betere vindbaarheid van het masteraanbod door middel van een nieuwe masterkiezerssite.
- Oprichting van career centers die de gang naar een werkend bestaan moeten faciliteren. Hier kun je als bijna afgestudeerde terecht voor hulp bij het zoeken naar werk.
- Meer internationalisering door studenten een summerschool in het buitenland te laten volgen. Ook komen er meer beurzen beschikbaar voor internationale studenten.

Jolien Marsman

Stephen Hawking

Door: Eveline Visee

Op 23 mei, rond het verschijnen van deze Vakidoot, zal Stephen Hawking spreken op het openingssymposium van PLANCKS in het Beatrixtheater. Voor deze lezing waren 500 kaarten beschikbaar in de vrije verkoop, naast de kaarten voor deelnemers, genodigden en voorverkoop via de verschillende Nederlandse studieverenigingen voor natuurkunde. Door Hawkings naam op het affiche waren deze 500 kaarten binnen een minuut uitverkocht. Wie is Stephen Hawking en hoe kan zijn aanwezigheid in Utrecht zo'n opschudding veroorzaken?

Hawking (1942) groeide op in St. Albans, vlakbij Londen. Hij studeerde natuurkunde in Oxford (zijn eerste keus was wiskunde), waar hij binnen drie jaar met *first-class honours* afstudeerde. Daarna studeerde hij sterrenkunde in Cambridge. In zijn eerste jaar als doctoraalstudent merkte hij dat hij onhandig werd: hij viel vaak en hij begon onduidelijk te praten. Op zijn 21e werd de diagnose ALS (een hersenziekte die leidt tot spieruitval en verlamming) gesteld; hij had nog twee jaar te leven. Ondanks dit negatieve vooruitzicht verloofde hij zich met Jane Wilde, met wie hij drie kinderen zou krijgen.

Na zijn diagnose raakte Hawking in een depressie. Hij vond dat het weinig zin had om verder te werken en studeren. Toch raakte hij geïntrigeerd door het toenmalige debat binnen de natuurkunde: de theorie van de Big Bang tegenover het idee van een Steady State Universe. Zijn doctoraalscriptie in 1965 ging over dit onderwerp.

Later in de jaren 60 had Hawking meer moeite met lopen, werd zijn spraak bijna onbegrijpelijk en kon hij niet meer schrijven. Om zijn werk te kunnen doen bedacht hij manieren om vergelijkingen te visualiseren in zijn hoofd. Op de universiteit kwam hij bekend te staan om zijn roekeloze omgang met een rolstoel.



Figuur 1: Stephen Hawking in 2010

In 1974 accepteerde Hawking een positie aan het California Institute of Technology. Hier begon hij te werken aan kwantummechanica. Vanaf 1977 werkte hij ook aan de theorie van de inflatie van het universum, en in 1981 liet hij op een conferentie zien dat er mogelijk geen grens, of begin of einde van het universum was, het Hartle-Hawking model. In dit model is het concept “het begin van de tijd” zinloos, omdat, vóór de Planck-tijd, het universum niet begrensd is in ruimte of

tijd. Dit vormt een sterk contrast met het idee dat het universum ooit begon als één infinitesimaal punt op een oneindig kort moment. Zijn bekendste ontdekking uit de jaren 70 is dat zwarte gaten straling kunnen uitzenden, de zogenaamde “Hawking radiation”. In het kort: als een deeltje en een antideeltje verschijnen vlakbij de gebeurtenishorizon van een zwart gat, dan kan het gebeuren dat een van de twee wordt opgezogen door het zwarte gat voordat ze elkaar kunnen opheffen. De ander van de twee wordt dan naar buiten geslingerd, zodat het een deel van de energie van het zwarte gat meeneemt. Op deze manier kunnen zwarte gaten verdampen. Wat er met het opgezogen deeltje gebeurt, is onderwerp van de “quantum information paradox”. In 2004 gaf Hawking toe dat hij ongelijk had over de uitkomst van deze paradox, en verloor daarmee een weddenschap met collega-wetenschapper John Preskill.

Vanwege financiële problemen besloot Hawking een boek te schrijven voor het massapubliek; in 1984 begon hij te werken aan *A Brief History of Time*, dat in 1988 verscheen. Het boek werd onmiddellijk een bestseller en werd uiteindelijk meer dan 9 miljoen keer verkocht.

In 1985 liep Hawking een longontsteking op tijdens een bezoek aan CERN. Door een operatie verloor hij zijn vermogen om te spreken, en had hij full-time verpleging nodig. Eén van zijn verpleegsters (Elaine Mason, die in 1995 met Hawking trouwde) had een echtgenoot die computers ontwikkelde. Hij paste het spraakprogramma aan dat Hawking gebuikte, zodat het met een kleine computer kon werken en Hawking het altijd mee kon nemen. Hawkings lezingen worden van tevoren ingeprogrammeerd en op het moment zelf in korte delen naar de stemgenerator gestuurd.

Sinds de jaren negentig is Hawking bekender door zijn publieke optredens dan

door zijn natuurkundige publicaties. Dit was echter een moeilijke beslissing voor hem; zijn wetenschappelijke werk was belangrijker voor hem. Hij wilde ook niet bekend staan als “die verlamde natuurkundige” en wilde (in de jaren 60) ook niet meewerken aan een campagne om de universiteit van Cambridge meer rolstoelvriendelijk te maken.

Hawking staat ook bekend om enkele controversiële opmerkingen, zo beweerde hij dat het Higgsdeeltje niet zou bestaan. Hij gaat ervan uit dat aliens bestaan (en gevaarlijk zijn), en ruimtevaart en kolonisatie van andere planeten noodzakelijk is voor de overleving van de mensheid. In zijn eigen woorden:

**“Primitive life is very
common, and
intelligent life is very
rare. Some would say it
has yet to occur on
Earth.”**

In Hawkings ogen zijn computervirussen ook een vorm van leven, al vindt hij het triest dat de mensheid alleen destructief leven heeft weten te creëren.

In 2008 veroorzaakte Hawking opschudding in de natuurkunde door een nieuw kosmologisch model voor te stellen. Uitgaande van het principe dat het licht niet in een rechte lijn reist, maar verschillende paden tegelijk volgt en dat uiteindelijk het “meest gebruikte” pad wordt gezien als “het gebruikte” pad, stelden Hawking en zijn co-auteurs James Hartle en Thomas Hertog voor dat ook het universum begonnen is als een golf functie, in alle mo-

gelijke staten tegelijk, en in de loop der tijd convergeert¹.

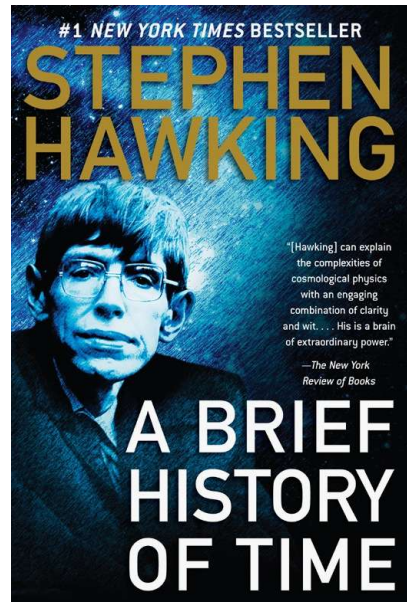
Stephen Hawking werkt nog steeds. Zijn meest recente publicatie was in 2013. Hoewel hij niet meer in staat is om veel te reizen, en het niet duidelijk is of hij op 23 mei ook echt in Utrecht zal zijn (als zijn gezondheidstoestand het toelaat) is hij voor veel natuurkundigen een inspiratie.

“My goal is simple. It is a complete understanding of the universe, why it is as it is and why it exists at all.”

Hawking bestuurt zijn rolstoel en spraakcomputer inmiddels met zijn gezichtsspieren, zijn ademhaling wordt machinaal ondersteund en hij reist met zeven assistenten. Omdat zijn ziekte nog steeds voortzet, is het mogelijk dat Hawking alle controle over deze laatste spieren kwijtraakt en zijn brein geen methode voor expressie meer overhoudt: het locked-in syndroom. Hierom werkt Hawking met neurowetenschappers aan manieren om hersengolven om te zetten in elektrische signalen die als tekst geïnterpreteerd kunnen worden. In 2013 sprak hij zijn steun uit voor de

euthanasie-beweging in het Verenigd Koninkrijk.

PLANCKS is niet de enige gelegenheid om Stephen Hawking te zien. Er zijn meerdere documentaires over hem en zijn werk gemaakt. Verder is hij te zien in de TV-serie *The Big Bang Theory*, te horen in de animatieseries *Futurama* en *The Simpsons* en in het Pink Floyd-nummer *Keep Talking*.



Figuur 2: Hawkings boek uit 1988

¹Voor het paper hierover in *Physical Review Letters* (2008), zie <http://arxiv.org/pdf/0803.1663.pdf>

Measure Theory

By: Eveline Visee

In an introductory course of probability, you will find you have to work with sets of “events”, or with a “sample space”. Then the rules for computing the probabilities of unions or intersections of events are introduced, but often in a rather conceptual, or even vague, manner. However, all these rules can be found in a rigorous way, using the tools of analysis. In this text, we will run through a few basic concepts in measure theory (though skipping a lot of technical details) and see how they may be used in probability theory. While courses on Measure Theory may be difficult, it is worth seeing what they cover and what’s behind the familiar statements of Probability Theory.

Events and measures

When you roll a die, it is easy to see what possible outcomes this could have, and compute the probabilities of all possible outcomes. We can list the outcomes of one throw, or of multiple throws, or multiple throws of multiple dice, or define events like “the event of rolling an even number with one die”, or “the event that the eyes of three dice add up to eleven”. We can also add these events up or express their probabilities in terms of the other event. But if we want to do this with outcomes of the lottery, or the probability that it will rain tomorrow, things get complicated. Here we need the concept of a σ -algebra:

Definition 1. A σ -algebra \mathcal{F} on a set Ω is a collection of subsets of Ω such that:

1. $\emptyset \in \mathcal{F}$
2. if $A \in \mathcal{F}$ (it speaks for itself that $A \subseteq \Omega$), then $A^c \in \mathcal{F}$ (i.o.w.: \mathcal{F} is closed under taking complements).
3. if $A_1, A_2, A_3, \dots \in \mathcal{F}$ for all i in some countable index set I , then $\bigcup_{i \in I} A_i \in \mathcal{F}$ (i.o.w.: \mathcal{F} is closed under countable unions).

Elements of \mathcal{F} are called measurable sets.

It is easy to see that $\{\emptyset, \Omega\}$ and the power set 2^Ω are σ -algebras (the former is referred to as the trivial σ -algebra). It also follows that σ -algebras are closed under countable intersections. Given some subsets of Ω , it is possible to construct the σ -algebra generated by those subsets by adding their unions and complements until the system conforms to the above definition, or, equivalently, taking the intersection of all σ -algebras containing those subsets. For example, if the sets $A, B \subset \Omega$ are disjoint, they generate $\sigma(A, B)$, which is the collection $\{\emptyset, A, B, A \cup B, A^c, B^c, (A \cup B)^c, \Omega\}$. The Borel σ -algebra on \mathbb{R} is defined as $\mathcal{B}(\mathbb{R}) := \sigma((-\infty, a), a \in \mathbb{R})$.

Definition 2. A measure is a function μ from the σ -algebra \mathcal{F} to \mathbb{R} such that

1. $\mu(A) \geq 0, \forall A \in \mathcal{F}$ (nonnegativity)
2. $\mu(\emptyset) = 0$
3. $\mu(A_1 \cup A_2 \cup \dots) \leq \sum_i \mu(A_i), A_i \in \mathcal{F}$ (σ -sub-additivity)

If the A_i are all disjoint, we have equality in the last part of the definition. If $\mu(\Omega) = 1$, then μ is a probability measure and is usually denoted by P . In the dice example, we can find μ easily, but it is usually necessary to integrate over the

set A to find the value of $\mu(A)$.

Definition 3. A measurable function g is a function from Ω to \mathbb{R} such that the pre-image of g is a measurable set, i.o.w. $g^{-1}(B) \in \mathcal{F}$ for $B \in \mathcal{B}(\mathbb{R})$.

We can use the measurable functions to assign a value to points of Ω . Then we use the measure μ to integrate over those points, and hence obtain a value for some subset of Ω .

Definition 4. The integral of a measurable function g over a set A with respect to a measure μ is given by

$$\int_A g d\mu = \mu(g1_A)$$

where 1_A is the indicator function (the indicator function in a point x has value 1 if $x \in A$, otherwise it has value 0).

Since every measurable function can be approached as a limit of sums of indicator functions, we can use convergence theorems (most notably the Monotone Convergence Theorem, Fatou's Lemma and the Dominated Convergence Theorem) to show that this definition gives us everything we would want of an integral. Also, if we cannot compute the integral of a function directly, we can use those theorems to approximate said integral and obtain an exact value. If we choose μ to be equal to λ , the Lebesgue

measure¹, the integral will have the same value as the Riemann integral over the same function. However, the Riemann-integrable functions are a subset of the Lebesgue-integrable functions, and here we find a use of measure theory outside of probability theory.

Application to Probability Theory

We can now construct a probability space (Ω, \mathcal{F}, P) , by considering the event space Ω , its σ -algebra \mathcal{F} and the probability measure $P : \mathcal{F} \rightarrow [0, 1]$ together.

Definition 5. A random variable X is a map from Ω to \mathbb{R} such that, for $B \in \mathcal{B}(\mathbb{R})$, we have that $X^{-1}(B) \in \mathcal{F}$.

Here we reach familiar ground: we can define the distribution function of the random variable as $P(X \in A) = \int 1_A X dP$, the expectation as $E[X] = \int X dP$ and derive all the familiar properties. If we want to extend to sequences of random variables, or stochastic processes, we just use sequences of σ -algebras (known as “filtrations”, often indexed by a time variable) instead of using just one σ -algebra.

Want to know more?

Take the course “Maat & Integratie” (WISB312) or “Measure Theoretic Probability” (see mastermath.nl, or <http://pub.math.leidenuniv.nl/~ugushvilis/mtp.html> for the lecture notes).

¹The Lebesgue measure of an interval $[a, b) \subset \mathbb{R}$ is defined as $\lambda([a, b)) = b - a$



De zeer incomplete en niet heel bruikbare kaart van hbo-/wo-titelatuur in Nederland



31 

Het aantal eredoctoraten van Sir David Attenborough

30 

Het aantal diploma's dat de 72-jarige Amerikaan Michael Nicholson heeft behaald

1 

Het aantal mensen in Nederland dat prof. mr. dr. ir. voor de naam kan zetten

Hoe krijg ik de langste...

Ben je één van die niet-zo-heel-veel mensen die graag zoveel mogelijk afkortingen voor of achter zijn/haar naam ziet, dan weet je dat daar best wel veel tijd in gaat zitten. Met alleen heel veel diploma's halen kom je er echter niet; met twee bètamasterdiploma's ben je bijvoorbeeld nog steeds "slechts" een MSc, en geen MSc++ (of iets dergelijks). Welke titels je voor dan wel achter je naam mag zetten, wordt bepaald door een aantal regels¹. Een aantal vuistregels: 1) Je mag de nieuwe titels achter je naam zetten, of oude titels vóór je naam, maar niet allebei 2) Postinitiële titels mag je juist wel altijd combineren 3) Of je mr. dr. bent of dr. mr. hangt onder meer af van de volgorde waarin je je titels behaalt 4) Lagere titels ben je "kwijt" als je een hogere variant ervan behaalt (bijv. MSc na een BSc) 5) Combinaties van verschillende titels zoals MA en MSc of MA en BEng kunnen daarentegen weer wel...

Chun Fei Lung

¹En of je de titels überhaupt hebt behaald

Rubato of *alla misura*?

Door: prof. dr. Frans Oort

Een interessant thema, “maat”. Is het beter om in de maat te spelen *alla misura*, *misurato* of vrij in tempo *rubato*? Zoals vaak in het leven (en altijd in de wiskunde) is het goed om interessante vragen te stellen. “Leef de vraag, dan komt het antwoord vanzelf” schreef de grote Duitse dichter Rainer Maria Rilke (1875–1926) in een van zijn brieven. De lezer mag hier zelf een antwoord geven. In dit stukje geen pasklare antwoorden, maar een paar bespiegelingen over muziek en het leven (is dat niet allemaal hetzelfde? maar niet over de wiskunde). – Als je opmerkingen of vragen hebt: ik hoor het graag.

Rubato

Claude Debussy (1862 - 1918) laat zijn “Prélude à l’après-midi d’un faune” (1891–1894) beginnen met een fluitsolo: een mysterieuze, chromatisch dalende reeks tonen, de toehoorder is in het ongewisse over de toonsoort (en dit wordt wel als het begin van de “atonaliteit” gezien); de faun is ons blijven betoveren. Dat zouden we meer moeten doen: het mysterie de zekerheid laten vervangen. Voor mij vaak de fascinatie van de wiskunde, die open problemen, geheimen die we maar langzaam of niet ontrafelen. (En, de mysterieuze, dan weer mooie en heldere toon van een fluit kan me ontroeren tot grote diepte.)

De componist Igor Stravinsky (1882–1971) begint zijn revolutionaire “Le sacre du printemps” (1913/1914) met een fagot-solo, een in *rubato* gespeelde melodie-lijn, de toehoorder in het ongewisse latend over het tempo waarin we verder zullen gaan (Lento, tempo rubato). Pas als de andere instrumenten inzetten wordt dat duidelijk: de eerste 6 maten zijn afwisselend in 5 verschillende maatindelingen, *in tempo* in maat 7 en in maat 13, en pas na maat 21 blijft de maatsoort onveranderd. Is dat niet een mooi beeld voor het leven? Pas met anderen komt er lijn in wat je in je eentje verzint; daarom

vind ik misschien ook onderwijs geven zo mooi. De schok die door de muzikale wereld ging door die fascinerende muziek van de “Sacre”, het schandaal dat de eerste uitvoering veroorzaakte; mooi toch? Ook daar eerst onduidelijk in welk tempo we door zouden gaan, het begrip “maat” kreeg weer een nieuw aspect.

In 1913 schreef Debussy “Syrinx” (gepubliceerd in 1927, oorspronkelijke titel “Flûte de Pan”) voor solo dwarsfluit (tempo aanduiding: *très modéré*). In de oorspronkelijke versie waren er waarschijnlijk geen maatstrepen. (Mogen we dit wel noemen in het themanummer *maat?*). Niet de gebruikelijke toonladder, maar gehele-toon-techniek. Wat een expressie, wat een verborgen, maar o zo intense emotie. Lees niet verder maar ga eerst een uitvoering van dit wonderschone werk beluisteren. (Mijn favoriete uitvoeringen: Masahiro Arita, of Emmanuel Pahud, of Barthold Kuijken.)

De Griekse nimf Syrinx vlucht na amoureuze achtervolging van de god Pan. Ze tracht te ontsnappen door zich in riet te veranderen, en daar snijdt Pan een fluit van om daarmee zijn liefdesverdriet te uiten. Uit eigen ervaring ken ik dat, hoe je emoties naar buiten komen, vorm krijgen, en intensiveren door eigen fluitspel.

www.flatnotes.com

Syrinx

Claude Debussy (1862–1918)
L. 129

Figuur 1: Syrinx, een compositie van de Franse componist Debussy

Tempo (of tempowisselingen) in de muziek worden vaak met Italiaanse woorden aangegeven. De term *rubato*, strikt genomen “geroofde tijd”, geeft aan dat het metrum losgelaten kan worden. We vinden die aanwijzing voor het eerst in muziek van Chopin (1810–1849), vooral in de romantiek, en sindsdien elke keer dat de componist expliciet wil aangeven dat de muziek juist niet strak in steeds hetzelfde tempo gespeeld moet worden, versnellen of vertragen, teneinde meer muzikale expressie te krijgen. Nu weet iedereen die muziek uitvoert dat het “precies in de maat spelen” elke muzikaliteit om zeep helpt. Probeer maar eens een stuk (of het nu barok, of modern is) zo te spelen dat alle noten precies op tijd komen, en allemaal precies de aangegeven notenwaarde toebedeeld krijgen. Je hoort direct dat de muziek plat is als een dubbeltje, dat elke

expressie ontbreekt.

En werd er dan vóór Chopin niet *rubato* gespeeld? Het is juist zo mooi dat ook al daarvoor er een rijke schakering aan tempowisselingen was, maar iedereen wist hoe het moest, en expliciete aanwijzingen in de partituur waren niet nodig. Componisten als Muffat en François Couperin gaven aanwijzingen hoe zulke figuren uit te voeren. Het “*inégal*” spelen vanaf de 16e en 17e eeuw in Italië en Frankrijk was wijd verbreid; lees bij voorbeeld [8], § 714. Daarbij bepaalt de goede smaak van diegene die de muziek speelt wanneer en in welke mate je dat toepast. Bij “*inégal*” spelen krijgen de noten om beurten een langere of een kortere duur; in plaats van een saai stromende reeks noten ontstaat er een speelse, dansante sfeer; aan de uitvoerder te beslissen wanneer dit toe te passen, hoeveel je noten korter en langer maakt.

In de barok was er nog een andere, veel subtielere manier van tempowisselingen. In de uitvoeringspraktijk daarvan zorg je dat de maatindeling en het tempo intact blijven. Maar binnen de maat kun je schuiven.

CPhE schrijft: “speel met je ziel, niet als een afgerichte vogel”, [2], 12.7 (ik gebruik de afkorting CPhE voor Carl Philipp Emanuel Bach, 1714–1788, de tweede en meest bekende zoon van Bach; ik gebruik “Bach” voor Johann Sebastian Bach, 1685–1750). Binnen de maat bijna te laat komen met een noot geeft een prachtige spanning, zoals een toneelspeler die een gebaar maakt, en pas vlak daarna de tekst spreekt die erbij hoort. Die timing die het verschil tussen banaliteit en schoonheid maakt.

Alle misura

Versieringen zijn op de tel (daarover dadelijk meer), maar je kunt de spanning

vergroten door een fractie te laat te komen met een accent (een methode die ook de Beatles met zoveel succes toepasten). In de muziek van Bach zie je hoe dat middel ingezet wordt; ik herinner me een openbare les / master class van Frans Brünnen waarin hij de sonate voor traverso en clavecimbel BWV 1030 liet spelen en besprak; daar vroeg hij aan de zaal (allemaal mensen die deze muziek van noot tot noot kenden) of ze iets bijzonders hoorden in een ogenschijnlijk “gewone” maat. We wisten het niet. Brünnen speelde op het clavecimbel de begeleiding hoe die óók geschreven had kunnen worden, en nog een andere versie; we hoorden dat dezelfde noten gebruikt werden, maar de niet-Bach versie was kleurloos. Wat was er gebeurd? Brünnen legde uit hoe in die maat Bach de belangrijke noten juist niet op de tel laat komen, waardoor er een soort verstoring van het evenwicht ontstaat, tot op de eerste tel van de volgende maat alles weer “in orde” is: de ongebreidelde fantasie van Bach tot in de kleinste details. (Traverso: de houten voorloper van de moderne Böhm-dwarsfluit; BWV: een zorgvuldige weergave van alle werken van Bach die we nu kennen, zie [1]; onmisbaar als je iets meer over zijn muziek wilt weten, veel mooie informatie, en er is een prachtige, goedkope soft-cover uitgave). Wat een prachtig voorbeeld van “alla misura” spelen op een rubato manier.

Versieringen

De Franse renaissance-componisten (zoals Hotteterre, François Couperin) gebruiken een heel ander idioom van versieringen dan de Duitse barok componisten (Bach, Telemann, Händel), terwijl de Italiaanse en Nederlandse componisten uit die tijd vaak weer een andere stijl hadden. Bestudeer vooral de virtuoze en mooie versieringstechnieken van de Franse componisten uit die tijd (een versiering: bij een noot wordt een teken geplaatst, of

voor de noot staat een kleine andere noot; dat teken geeft aan welke noten gespeeld moeten worden); zie bij voorbeeld “Explication des agréments et des signes” uit het eerste deel van [3]. Vaak wordt deze methode gebruikt om de hoofdnoot van een extra klemtoon te voorzien.

Er zijn documenten en aanwijzingen te over uit die tijd, je hoeft het niet fout te doen (ik bedoel: probeer de stijl van die tijd te begrijpen); zie [3], zie [9], zie [2], hoofdstuk 2. Het uitvoeren van versieringen kan verschillend zijn in vocale muziek, of uitvoering op een melodie-instrument, of op een toetseninstrument. We zien hoe de *voorhouding* gebruikt wordt om de muzikale expressie en spanning te maken; voorhouding: in plaats van de hoofdnoot komt eerst de noot vlak boven of vlak eronder; de toehoorder voelt de spanning stijgen, tot als oplossing, bevrijding, de hoofdnoot komt.

Zoals uitgelegd in [2]: speel de voorhouding duidelijk (en op de tel) en dan pas (na de tel) de oplossing pianissimo (of helemaal niet: de toehoorder kan zelf de oplossing invoelen); ik weet uit ervaring hoe prachtig dit kan klinken. En, kennen we niet allemaal het slotakkoord van de Matthäus Passion (Matteüspassie) van Bach, waar het slotakkoord al klinkt, in koor en orkest, maar een eenzame hobo nog (klagend?) de voorhouding (een b) speelt, om dan pas later op te lossen naar de hoofdnoot (het akkoord in c mineur) (culminatie van al die emotie in BWV 244).

Bach schreef veel van zijn versieringen uitvoerig en expliciet uit. In de barokmuziek was het in veel gevallen toegestaan, of werd het juist verwacht van de uitvoerende musicus zelf versieringen te verzinnen en aan te brengen. Een prachtig voorbeeld is een serie van sonates van G.Ph. Telemann: “12 Methodische So-

naten” voor traverso of viool en B.C.; daarin zijn de melodie-partijen van alle langzame delen tweemaal gecomponeerd: een versie zonder versieringen, de andere met suggesties voor prachtige en uitvoerige versieringen die de componist aan de uitvoerder als suggesties geeft; prachtig studiemateriaal voor uitvoeringspraktijken voor muziek van die tijd; voor uitleg B.C. zie verderop.

Mooi om te zien hoe Mozart in zijn “Kegelstatt Trio” (uit 1786, KV 498, voor klarinet, altviool en piano, zo prachtig!) in het middendeel van het Rondo aangeeft dat de voorhoudingen (nu genoteerde als 1/16 noten) op de tel gespeeld moeten worden. Daar zien we dat Mozart modern was in zijn notatie, precies aangevend wat hij daar bedoelt.

Dansvormen

In muziek in de barok vinden we vaak geen tempo-aanduidingen boven elk onderdeel. Maar hoe wisten mensen uit die tijd dan in welk tempo die muziek gespeeld moest worden? In de Matthäus Passion van Bach vinden we geen tempo-aanwijzingen. Maar we voelen wel een verschil tussen de 3/4 maat van de aria “*Buss und Reu*” (BWV 244/6) of van “*Gerne will ich mich bequemen*” (BWV 244/23) enerzijds en die van het slotkoor (244/68) aan de andere kant. Het zijn verschillende *dansvormen*. De eerste is waarschijnlijk ontleend aan die van een Menuet (klemtoon op de eerste tel, en, als je eenmaal voelt hoe een menuet gespeeld moet worden, dan twijfel je nooit). Het slotkoor “*Wir setzen uns mit Tränen nieder*” voelt heel anders; hier is de klemtoon op de tweede tel (“Wir” komt op de eerste tel, “setzen” begint op de tweede tel). We herkennen de Sarabande, een langzame driekwarts maat met de klemtoon op de tweede tel van de eerste maat (Bach gebruikte deze dans-vorm meer

dan welke andere dan ook). Geen twijfel mogelijk over hoe je dit moet spelen, als je eenmaal herkent dat dit een Sarabande is. In het prachtige boek [6] worden dansvormen in de muziek van Bach uitvoerig besproken. Uit dat boek (op pagina 80) een beschrijving van de Sarabande: “dit dansritme begint met 4 maten, waar de ontlading van de spanning begint op de tiende tel” (voor een uitvoeriger tekst zie het origineel); leg dit naast de tekst, waar de klemtoon op tel twee komt (“setzen”) en de rust begint op tel tien (“nieder”). Muziek uit die tijd komt tot leven als je weet welke dansvorm bedoeld wordt, en die muziek dan ook zo speelt.

Bach schreef dansvormen expliciet boven delen van bij voorbeeld zijn Engelse Suites (BWV 806–811), de Franse Suites (BWV 812–817), de Partita’s (BWV 825–830), en nog veel meer werken. Alle composities van Bach, met een expliciete vermelding welke dansvorm de componist in gedachten had staan opgesomd in [6], Appendix A, pp.287-298. Met uitzondering van BWV 150/7 (de Ciacona die Brahms aanhaalt in het laatste deel van zijn vierde symfonie) komen dansvormaanwijzingen niet voor in de sacrale werken van Bach.

Enige voorzichtigheid is geboden in het “identificeren” van het danstype als Bach dat niet expliciet aangegeven heeft: “... insight into Bach’s genius as he freely mixes dance qualities with other musical elements in large works ranging from the B-minor Mass and the St. John Passion, to the Brandenburg Concertos, to numerous church and secular cantatas, and to smaller-scale works such as the preludes and fugues of the Well-tempered Clavier”, zie [6], pag.204.

Al in 1802 schreef Johann Nikolaus Forkel in zijn Bach-biografie dat het gebrui-

ken van dansvormen in de handen van Bach verder gevorderd was dan bij vroegere componisten of bij tijdgenoten, en dat zelfs in zijn complexe fuga's, met al die door elkaar verweven patronen, het ritme van de dans-vorm door blijft klinken van het begin tot het eind, zie [6], pagina 31.

B.C.: de becijferde bas

Veel muziek in de barok wordt gecomponeerd en gedacht vanuit de becijferde bas (basso continuo; continuo: een toetsinstrument zoals klavecimbel of orgel, de baslijn vaak versterkt door een viola da gamba of een fagot; ook werden andere instrumenten wel gebruikt, zoals een luit of een theorbe). Noten in een baslijn (de “linkerhand” van de begeleiding) worden voorzien van cijfertjes, die aangeven welke harmonie daar van toepassing is. Zie [5] voor een handleiding, en een historische beschrijving van deze methode. Een klavecinist uit die tijd kreeg alleen die baslijn met cijfers, en mocht zelf daar de rest van de begeleiding bij bedenken.

Fascinerend om te zien hoe een ervaren klavecinist dit doet; er staat maar één noot en een paar cijfers, b.v. 34; dat geeft aan dat de derde en de vierde noot erbij gespeeld moeten worden, de grondtoon is 1, dit is een tertskwart akkoord; of alleen maar een 7, afkorting van 357, een dominant septiemakkoord. Verder volledige vrijheid van verzinnen van tegenstemmen, versieringen, juist snelle noten, of liggende akkoorden, of wat dan ook. Midden vorige eeuw werd zulke oude muziek uitgegeven, met uitwerking van de becijferde bas (en de cijfers werden weggelaten, dat was maar verwarrend). Gelukkig geven moderne uitgaven de becijfering erbij, zodat je de bedoeling van de componist kunt begrijpen. Probeer elke

keer die becijferde bas te lezen, zo zie je wat er bedoeld wordt. De becijferde bas werd vanaf 1775 steeds minder geschreven, maar Anton Bruckner (1824–1896) gebruikte het nog.

In sommige partituren van cantates van Bach ontbreken de cijfers boven de bas; we denken dat Bach zulke deze autografen (partituren) gebruikte bij het uitvoeren (hij zat zelf aan het klavecimbel, en dirigeerde van daar uit), en hij wist welke becijfering gebruikt kon worden.

Muziek van Bach volgt veel stilzwijgende afspraken uit die tijd. Fascinerend hoe Bach die soms juist niet respecteert, en wat hij dan daarmee wil aangeven (zie b.v. “*An aspect of harmony in the music of Johann Sebastian Bach*”, te vinden op mijn homepage¹).

De *becijferde bas* werd gezien als het fundament van de muziek, en overdrachtelijk, dan ook als fundament van het leven. Zo mooi als componisten juist door ontkennen van een gebruik iets kunnen uitdrukken. Voor een beschrijving van het ontbreken van de becijferde bas en de betekenis daarvan zie bij voorbeeld [4], pag. 489, in de beschrijving van BWV 170/3, en pag. 385; BWV 11/8; overigens, de meer dan 200 cantates van Bach vormen een rijke bron met de meest prachtige muziek; dit boek met analyses, alle teksten en veel uitleg is een bron van inspiratie.

In de aria “Aus Liebe wil mein Heiland sterben” (244/49) geeft Bach aan dat het leven juist wordt losgelaten: de sopraan wordt begeleid door een traverso (in het origineel: 2 traverso's unisono) en 2 “oboi da caccia”: drie instrumenten in hoge ligging, geen strijkers, geen baslijn; het leven onthecht. Iets componeren voor deze bezetting zou een hachelijke onderneming

¹<http://staff.science.uu.nl/~oort0109>

kunnen zijn, maar niet in de handen van Bach. Verstilde, zeldzame schoonheid.

Conclusie. In de barok muziek kunnen *tempo-wisselingen* (beperkt) binnen een maat gebruikt worden, terwijl in muziek vanaf Chopin versnellingen en vertragingen, vaak expliciet aangegeven door de componist, kunnen worden ingezet om grotere expressiviteit te verkrijgen.

Spanning wordt in de barokmuziek vaak opgebouwd door *versieringen* op de tel te spelen; in latere muziek wordt dit middel niet meer gebruikt (of expliciet aangegeven). Hoe vreselijk als barokmuziek gespeeld wordt alsof het in de romantische periode geschreven is (en de klemtonen verkeerd liggen).

Dansvormen bepaalden vaak de uitvoering van muziek. Probeer te vinden in welke vorm een muziekstuk gespeeld kan worden. Vergelijk waar dit wel aangegeven is in muziek van Bach, met delen waar je zelf hierover moet beslissen. Als je wilt experimenteren: volg de cantates met [4] erbij (er is een redelijk goedkope paperback uitgave van dit prachtige boek). Probeer te vinden welke dansvormen Bach gebruikt; probeer dit in al die preludes en fuga's in het Wohltemperierte Klavier I en II (en als je deze werken kunt spelen, probeer dan het ritme van die dans te ontdekken en aan te houden).

Analyseer de cantates, en verwonder je elke keer hoe Bach in deze muziek de tekst illustreert (maar daarover een volgende keer. . .).

Lees wat over de onderwerpen hierboven geschreven is, vroeger en recent, en gebruik het als je zelf muziek uit die tijd speelt, of als je actief luistert.

Referenties

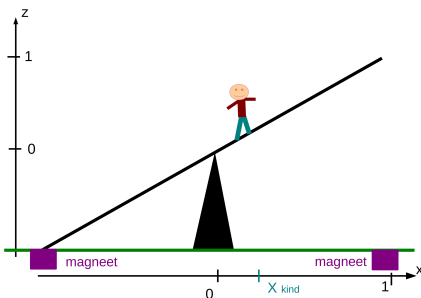
- [1] Bach-Werke-Verzeichnis:
Wolfgang Schmieder – *Thematisch-systematisches Verzeichnis der musikalischen Werke von Johann Sebastian Bach: Bach-Werke-Verzeichnis (BWV)*. Breitkopf & Härtel Musikverlag (1950), 747 pp.
- [2] Carl Philipp Emanuel Bach – *Versuch über die wahre Art das Clavier zu spielen*, 1753 & 1762.
Translated and edited: W. Mitchell – *Essay on the true art of playing keyboard instruments*. Cassell & Co 1949. Reprinted: Eulenburg, 1980.
- [3] François Couperin – *L'art de toucher le clavecin*. Parijs, 1717.
- [4] A. Dürr – *Johann Sebastian Bach: Die Kantaten*. Bärenreiter Werk-einführungen; 7-de editie, 1999.
- [5] H. Keller – *Schule des Generalbass-Spiel: Mit Auszügen aus d. theoret. Werken v. Praetorius, Niedt, Telemann, Mattheson, Heinichen, J. S. u. Ph. E. Bach, Quantz u. Padre Mattei, u. zahlr. Beisp. aus d. Literatur d. 17. u. 18. Jh.* Bärenreiter, 1955.
- [6] M. Little & N. Jenne – *Dance and the music of J. S. Bach*. (First edition 1991.) Expanded version, Indiana University Press, 2001.
- [7] J. Mattheson – *Der vollkommene Capellmeister*. Hamburg, 1739. Bärenreiter, 1999.
- [8] T. Willemze – *Algemene muziekleer*. Het Spectrum, 19-de druk, 2011.
- [9] Johann Joachim Quantz – *Versuch einer Anweisung, die Flöte traversière zu spielen*. Johann Friedrich Voss, 1752. Herdruk: Kassel 2000.

Tipping point!

Door: Claudia Wieners

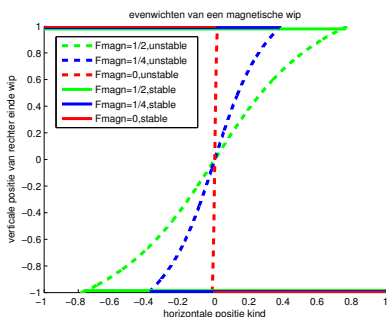
Je bent in een speeltuin en gaat op zo'n wip staan, ergens halverwege het eindpunt en het midden. Je kan er een beetje op en neer lopen zonder dat het systeem (jij en de wip) kwalitatief verandert. Tenzij je teveel beweegt en over het middenpunt heenloopt. Het keerpunt of tipping point is bereikt, want nu gebeurt er echt iets ingrijpends: de wip slaat om! Maar het onderzoek naar tipping points is niet beperkt tot een speeltuin voor fysici en wiskundigen; je vindt ze in heel veel heel relevante complexe systemen, bijvoorbeeld de golfstroom.

Goed, in het geval van de wip is het nog niet zo heel dramatisch, de omslag is reversibel omdat je immers maar een heel klein stukje terug hoeft te lopen om de oude toestand te herstellen. Het zou anders zijn als we bijvoorbeeld een ijzeren wip zouden hebben en sterke magneten in de grond zouden plaatsen, juist op de plek waar het onderste einde van de wip de grond raakt. De magneten trekken steeds het onderste einde sterker aan (kleinere afstand), wat het omslaan bemoeilijkt. Afhankelijk van de sterkte van de magneet en de massa van het spelende kind (of de spelende A-Eskwadrater) vindt de omslag pas plaats als het kind bijvoorbeeld $\frac{1}{4}$ of $\frac{1}{2}$ van de afstand middenpunt-einde heeft afgelegd.



Laten we zeggen dat $x_{kind} = 0$ in het midden van de wip, en de omslagpunten noemen we x_{om} en $-x_{om}$. Voor sommige x_{kind} zijn er nu meerdere evenwichten mogelijk!

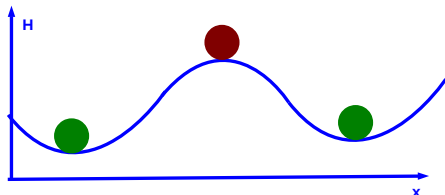
1. $|x_{kind}| > x_{om}$: er is maar één evenwicht, het einde met het kind erop is beneden
2. $|x_{kind}| < x_{om}$: er zijn drie evenwichten. Twee stabiele: de wip raakt met een einde de grond (ook al is het einde met kind boven, de wip wordt door de sterke magneet beneden gehouden). Een instabiele: het kind staat op de bovenste helft en magneetkracht en zwaartekracht compenseren elkaar precies, de wip raakt de grond niet. Als het kind nu een klein beetje naar boven (onder) beweegt, dan wordt de zwaartekracht-hefboomwerking sterker (zwakker), het einde met het kind erop zakt (stijgt) een beetje, dus de werking van de magneet onder het onderste deel wordt zwakker (sterker), de initiële afwijking wordt versterkt... Kortom, we gaan naar één van de twee stabiele toestanden.
3. $x_{kind} = \pm x_{om}$: er zijn twee evenwichten, het kind staat beneden (stabiel), of boven (indifferent).



Figuur 1: Evenwichtoplossingen van het wip-systeem met geen (rood), zwakke (blauw) of sterke (groen) magneten, voor $\tau_{magneet} \propto \sin(\alpha)$, $\tau_{magneet}$ is het moment dat de magneet netto uitoefent en α de hoek van de wip met de horizontale lijn.

Voor $|x_{kind}| < x_{om}$ is de situatie afhankelijk van de voorgeschiedenis: het rechter-/linker-einde van de wip rust op de grond als het rechter-/linker-tippingpoint voor het laatst gepasseerd is. Het instabiele evenwicht wordt in de praktijk niet bereikt. Bij dit soort systemen waarin de toestand van de voorgeschiedenis afhangt, spreekt men van ‘hysteresis-gedrag’.

Laten we even stilstaan bij het begrip ‘evenwicht’. Een evenwicht is bereikt als je een situatie hebt die uit zichzelf niet zou veranderen. In het onderstaande plaatje zie je drie bollen op een potentiaal ‘landschap’, met potentiaal $V(x) = g \cdot h(x)$, waarbij $h(x)$ de hoogte is en g de valversnelling.



De bollen volgen de vergelijkingen¹ $dx/dt = v$ en $dv/dt = -dV/dx$. Alle bollen liggen op een plek waar de helling nul wordt ($dV/dx = 0$), dus als zij in het begin stil liggen ($v = 0$), blijven ze liggen: ze zijn in evenwicht.

Maar wat gebeurt als we een van de bollen een klein zetje (verplaatsing naar $x_0 + x'$, waarbij x_0 de evenwichtspositie is en x' klein) geven? Dan gaan de groene bollen in het ‘dal’ weer terug naar hun evenwichtspositie, of gaan erom heen oscilleren, maar de rode bol op de heuvel gaat helemaal naar beneden rollen, en keert niet meer terug naar het evenwicht. Wetenschappelijk kun je dat als volgt beschrijven: $x = x_0 + x'$; en

$$V(x) = V(x_0) + \frac{1}{2} \frac{d^2V}{dx^2} \Big|_{x_0} x'^2$$

(Tweede orde Taylor met $dV/dx|_{x_0} = 0$). Dan geldt

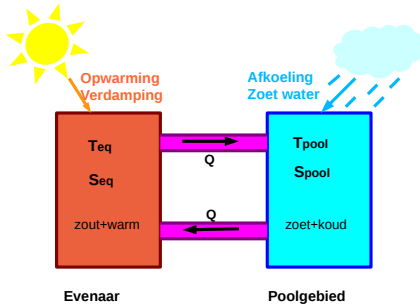
$$\frac{dv}{dt} = -\frac{dV}{dx} = -\frac{dV}{dx'} = -\frac{d^2V}{dx^2} \Big|_{x_0} x'$$

dus voor positief (negatief) $d^2V/dx^2|_{x_0}$ werkt de versnelling in tegenovergestelde (dezelfde) richting als x' en de bol gaat terug maar (weg van) zijn evenwichtspositie: het evenwicht is stabiel (instabiel).

Laten we nu een ingewikkelder systeem bekijken, namelijk de golfstroom. Oké, het simpelste model van de golfstroom, het boxmodel van Stommel.

¹We verwaarlozen het feit dat de bollen rollen, laten we glijdende kubusjes nemen...





We stellen ons voor dat de Atlantische Oceaan uit twee bakken bestaat, eentje nabij de evenaar, eentje in het poolgebied. De bakken zijn door twee pijpen aan elkaar verbonden; het water gaat door een pijp stromen zodra er een drukverschil tussen de twee einden optreedt. Als we aannemen dat de wrijving, werkend op de gemiddelde snelheid in een pijp, evenredig is aan de snelheid, en effecten als inertia verwaarlozen, dan is de snelheid in de pijp evenredig aan het drukverschil.

Waar komt dat drukverschil vandaan? De druk in een bak met vloeistof met constante dichtheid ρ is afhankelijk van de diepte: $p(D) = \rho g D$ waarbij D de diepte onder het wateroppervlak is, ρ de dichtheid en g de valversnelling. Als we bijvoorbeeld in het begin in beide bakken dezelfde waterhoogte hebben, maar verschillende dichtheden, dan stroomt in de onderste pijp water naar de bak met de kleinere dichtheid. Hierdoor stijgt in deze bak de waterhoogte, waardoor in de hogere pijp een drukverschil water terug naar de bak met de hogere dichtheid drijft. Als de aanpassing van de stroming sneller gaat dan die van de dichtheid (heel dunne pijpjes), dan krijgen we een evenwicht waarbij evenveel water boven naar de bak met hoge dichtheid stroomt, als er beneden teruggaat. De doorstroomrate Q tussen de equatoriale en polaire bak voldoet aan: $Q = \gamma \frac{\rho_P - \rho_E}{\rho_0}$ en is per definitie positief als het water in de bovenste pijp

naar de pool stroomt.

De dichtheid van zeewater hangt van temperatuur T en zoutgehalte S af. Gemakshalve lineariseren we de toestandsvergelijking (met referentiewaarden ρ_0, T_0, S_0 en positieve constanten α_S, α_T):

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha_S(S - S_0) - \alpha_T(T - T_0))$$

Laten we aannemen dat onze twee bakken goed doormengd zijn (dezelfde waarden voor T en S over de hele bak), en dat de tropische bak door de atmosfeer verwarmd wordt en (vanwege verdamping) verzilt. De polaire bak wordt gekoeld en verzoet (neerslagoverschot, smeltwater van gletsjers). Dit levert de volgende vergelijkingen op :

$$V_P \frac{dT_P}{dt} = C_T(T_P^A - T_P) + |Q|(T_E - T_P)$$

$$V_E \frac{dT_E}{dt} = C_T(T_E^A - T_E) + |Q|(T_P - T_E)$$

$$V_P \frac{dS_P}{dt} = C_S(S_P^A - S_P) + |Q|(S_E - S_P)$$

$$V_E \frac{dS_E}{dt} = C_S(S_E^A - S_E) + |Q|(S_P - S_E)$$

In deze vergelijkingen is $V_{E/P}$ het volume van de equatoriale/polaire bak. De eerste term aan de rechterkant beschrijft de aanpassing aan het evenwicht dat in afwezigheid van circulatie ($Q = 0$) door de atmosferische forcering (opwarming/verdamping) wordt voorgeschreven. C_T is veel kleiner dan C_S , dus de temperatuur past zich veel sneller aan dan het zoutgehalte. De tweede term beschrijft de doormenging: hoe groter de absolute waarde van Q (voor de doormenging maakt de richting van de circulatie niet uit) en het temperatuur(zoutgehalte)verschil, hoe groter het effect van de doormenging.

Het systeem kan op een simpelere manier

worden opgeschreven², waarbij T evenredig is aan $T_E - T_P$, S aan $S_E - S_P$ en $q = T - S$:

$$\frac{dT}{dt} = \eta_1 - T(1 + |q|)$$

$$\frac{dS}{dt} = \eta_2 - S(\eta_3 + |q|)$$

De parameter η_1 , evenredig aan $T_E^A - T_P^A$ beschrijft het temperatuurverschil in de atmosferische forcering; η_2 evenredig aan $S_E^A - S_P^A$ het geforceerde verschil in zoutgehalte; beide zijn positief omdat de tropen warmer en zouter zijn dan de poolregio. $\eta_3 = C_S/C_T$ is de verhouding tussen de dempingstijdschalen voor temperatuur- en zoutgehalteanomaliën.

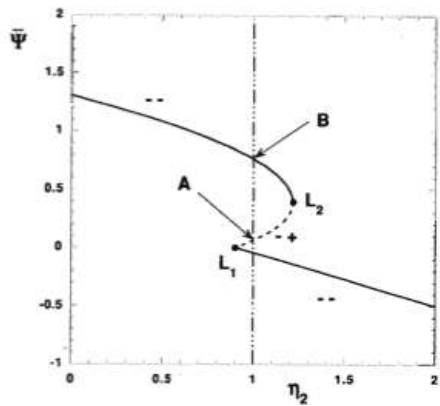
Laten we nu kijken of er verschillende evenwichten zijn. We eisen dat de tijdsafgeleiden nul worden en lossen de twee vergelijkingen naar T en S op, die we dan in de definitie voor q stoppen:

$$q = T - S = \frac{\eta_1}{1 + |q|} - \frac{\eta_2}{1 + |q|}$$

Als $\eta_2 = 0$, dus geen zoutgehalteforcering, dan is q positief en krijgen we een circulatie waarin in de bovenste pijp warm (minder dicht) water van de evenaar naar de pool wordt getransporteerd (thermische oplossing); voor $\eta_1 = 0$ (geen temperatuurforcering) stroomt juist zoet (minder dicht) water in de bovenste pijp naar de evenaar (zoutoplossing). Als je beide forceringen hebt, dan heffen de effecten op de circulatie elkaar gedeeltelijk op. In het Engels het dit *thermohaline circulation* ('haline' komt van zout). De tegenwoordige toestand in de noordelijke

Atlantische Oceaan lijkt sterker op de thermische oplossing, want we hebben een noordwaartse stroming aan het oppervlak, de golfstroom.

Zijn er meerdere evenwichten mogelijk? Ja, dat zie je als je bijvoorbeeld $\eta_1 = 3.0$ en $\eta_3 = 0.3$ kiest en η_2 laat variëren: voor sommige waarden heb je maar liefst drie evenwichten, waarvan het middelste echter instabiel is.³



Figuur 2: Mogelijke evenwichtsooplossingen voor het boxmodel van Stommel. De gestreepte lijn staat voor een instabiel evenwicht. Ψ (q in de tekst) is de circulatie.

Voor heel kleine waarden van η_2 (weinig zoutgehalteforcering) lijkt de oplossing meer op de thermische oplossing, bij heel grote zoutforcering op de zoutoplossing, en voor matige zoutforcering zijn beide circulaties mogelijk.

Nu is de echte oceaan flink wat ingewikkelder dan Stommels boxmodel, maar het lijkt er ook in ingewikkeldere model-

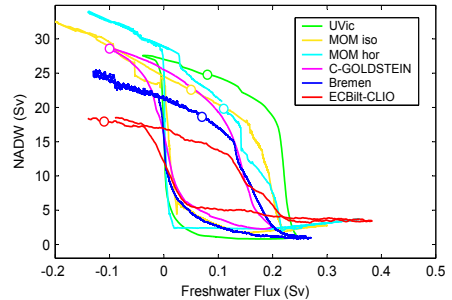
²Veel gedoe met herschaling en samenvatten van factoren, veel boekhouding maar niet heel spannend. Voor details, zie bv. H.A.Dijkstra, Dynamical Oceanography, p.382

³De stabiliteit kun je bepalen door te kijken of de afgeleiden van S en T in het geval van een heel kleine perturbatie weer naar de evenwichtswaarden terug of ervan weg leiden.

len op dat er inderdaad voor sommige atmosferische toestanden meerdere oceanische oplossingen bestaan, eentje met een sterke noordwaartse warme stroming aan het oppervlak (de toestand waarin we nu zitten), en eentje met een afgezwakte of zelfs omgekeerde circulatie. Als we nou de zoutforcering versterken, bijvoorbeeld door veel zoet water van afsmeltende Groenlandse gletsjers de zee in te leiden, dan zouden we het omslagpunt L_2 kunnen overschrijden en in een toestand zonder golfstroom terecht kunnen komen. Dit proces is – net als bij de magnetische wip – niet reversibel tenzij de zoutforcering dusdanig afneemt dat we omslagpunt L_1 overschrijven.

Kan het dus echt gebeuren, dit omslaan van de golfstroom? Hoogstwaarschijnlijk wel; men vermoedt dat in het verleden, tijdens de laatste ijstijd, de golfstroom ook plotselinge⁴ overgangen tussen verschillende toestanden heeft gekend (Dansgaard–Oeschger events). Het is echter wel lastig (ofwel een actueel onderzoeksgebied) om te bepalen hoe ver we nog van een tipping point verwijderd zijn.

Al is er een reële kans dat de golfstroom gaat afzwakken als er meer zoet water van Groenland in de oceaan stroomt, betekent dit nog niet dat elke kleine schommeling meteen reden tot paniek is. De golfstroom heeft ook veel natuurlijke variaties.



Figuur 3: ‘Hosing experiments’ met ingewikkeldere klimaatmodellen: beginnende bij een lage η_2 wordt deze langzaam verhoogd en vervolgens weer langzaam verlaagd; alle modellen laten hysteresisgedrag zien.

Dit artikel is voor een groot deel gebaseerd op H.A. Dijkstra, Nonlinear Climate Dynamics.

⁴Plotseling voor de oceaan betekent een tijdschaal van jaren, decennia, soms zelfs eeuwen; niet: enkele dagen zoals in ‘The day after tomorrow’.



Kom bij ons werken naast je Master!

VASTE BIJBAAN AANGEBODEN! 16 uur per week

Wil jij tijdens je studie alvast proeven van het bedrijfsleven en een leuke zakcent verdienen? Misschien is dit dan iets voor jou!
We zoeken studenten die naast hun studie voor langere periode minimaal 2 dagen in de week test- en programmeerwerk willen uitvoeren.

Wij bieden:

- Een inspirerende en leuke werkomgeving.
- Een opleidingstraject.
- Een goed salaris.

Wie ben jij?

- Je beschikt over een afgeronde propedeuse van een universitaire studie Informatica of een bètastudie met een informatica-component.
- Je bent minimaal 2 dagen per week beschikbaar voor werkzaamheden op het kantoor van Quinity in Utrecht.
- Je hebt affiniteit met softwareontwikkeling.
- Idealiter heb je ervaring met programmeren in Java, XML en XSLT (niet vereist).

Kijk voor meer informatie over de vacatures en over Quinity op www.werkenbijquinity.nl.

Quinity is een succesvolle leverancier van e-businessoplossingen voor de financiële dienstverlening. Wij zijn gevestigd nabij het centrum van Utrecht. Op basis van jarenlange ervaring in de verzekeringbranche is de Quinity Insurance Solution (QIS) ontwikkeld; een complete polis- en schadeadministratie voor verzekeraars, volmachten en intermediairs. QIS is geïmplementeerd bij een groot aantal verzekeraars in Europa.

Quinity
.com



@QuinityCom

De **VAK** idioot fotostrip



Het zal jullie wel niet ontgaan zijn...

Maar Stephen Hawking is naar A-Eskwadraat gehaald!



De belangstelling was zo groot dat de kaartverkoop crashte!



Ze konden geen kaartjes meer krijgen, dus ze proberen zich te kwalificeren voor PLANCKS!

Wat doen zij?

**The
End!**

Fotografie: ViCie - Scenario: Harm Backx

Bedenk jij de volgende fotostrip? Mail je scenario naar vakid@a-eskwadraat.nl.